UNIFACS UNIVERSIDADE SALVADOR
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ADMINISTRAÇÃO – PPGA
MESTRADO EM ADMINISTRAÇÃO

MALU BRANDÃO MOURA

TESTE EMPÍRICO DO MODELO CAPM: APLICAÇÃO DA NÃO LINEARIDADE PARA O MERCADO BRASILEIRO DE CAPITAIS

Salvador
2016

MALU BRANDÃO MOURA

TESTE EMPÍRICO DO MODELO CAPM: APLICAÇÃO DA NÃO LINEARIDADE PARA O MERCADO BRASILEIRO DE CAPITAIS

Dissertação de mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Administração – PPGA – Mestrado em Administração da UNIFACS Universidade Salvador, Laureate International Universities como requisito parcial para a obtenção de título de Mestre.

Orientador: Prof. Dr. Miguel Angel Rivera Castro.

Salvador
2016

FICHA CATALOGRÁFICA
(Elaborada pelo Sistema de Bibliotecas da UNIFACS Universidade Salvador, Laureate International Universities).

Moura, Malu Brandão

Teste empírico do modelo CAPM: aplicação da não linearidade para o mercado brasileiro de capitais/ Malu Brandão Moura.– Salvador: UNIFACS, 2016.

67 f. : il.

Dissertação de mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Administração – PPGA – Mestrado em Administração da UNIFACS Universidade Salvador, Laureate International Universities como requisito parcial para a obtenção de título de Mestre.

Orientador: Prof. Dr. Miguel Angel Rivera Castro.

1. Mercado de capitais - Brasil. 2.Bolsa de valores. 3.Satisfação no trabalho. I. Castro, Miguel Angel Rivera, orient. II. Título.

CDD: 332.60981

MALU BRANDÃO MOURA

TESTE EMPÍRICO DO MODELO CAPM: APLICAÇÃO DA NÃO LINEARIDADE PARA O MERCADO BRASILEIRO DE CAPITAIS

Dissertação aprovada como requisito para obtenção do título de mestre em Administração, UNIFACS Universidade Salvador, Laureate International Universities, pela seguinte banca examinadora:

Miguel Angel Rivera Castro - Orientador _____
Doutor em Economia pela Universidade de Santiago de Compostela - USC, Espanha.
Doutor em Energia e Ambiente pela Universidade Federal da Bahia - UFBA, Brasil.
UNIFACS Universidade Salvador, Laureate International Universities

Lindomar Pinto da Silva _____
Doutor em Administração pela Universidade Federal da Bahia - UFBA - École des Hautes Études Commerciales (Montréal – Canadá)
UNIFACS Universidade Salvador, Laureate International Universities

Thiago Henrique Carneiro Rios Lopes _____
Doutor em Economia pela Universidade Federal de Minas Gerais - UFMG
Universidade Estadual de Feira de Santana - UEFS

Salvador, de 2016.

Dedico este trabalho a minha avó Bembem (*in memorian*) pelo exemplo de força, perseverança e fé, por ter me ensinado a acreditar em mim e lutar pelos meus objetivos, por não medir esforços para atuar ativamente na minha educação, na minha formação ética e moral, no sentido de amar de forma profunda, digna e pura.

AGRADECIMENTOS

Agradeço, em primeiro lugar, ao senhor Deus pela dádiva da vida e todas as oportunidades de crescimento e amadurecimento; por todos os momentos em que esteve ao meu lado iluminando meus caminhos, direcionando minha vida com saúde, fé, perseverança e muito amor.

Agradeço ao senhor celestial pela oportunidade de conviver com pessoas especiais que me motivaram a acreditar nos meus sonhos, seguir em frente, com a cabeça erguida, preparada para os obstáculos que apareceram ao longo desta caminhada. Em especial a minha mãe, Mary, pelo apoio incondicional, pelo amor verdadeiro e, principalmente, pela sua presença, sempre ao meu lado, para qualquer coisa que eu precisasse.

Ao meu irmão Nelio e minha cunhada Fernanda, pela energia positiva emanada em minha direção, por estarem presentes em todos os momentos e me impulsionarem nesta longa caminhada, além disto, e, principalmente, pelo presente que trouxeram para nossas vidas, minha sobrinha Iasmin, alegria dos meus dias, consolo para meus momentos de ansiedade, o sorriso mais lindo do mundo e a voz mais doce e acolhedora que existe.

A meu namorado Regis, pelo incentivo e paciência.

Ao meu orientador Prof. Miguel, pelos ensinamentos, atenção e oportunidade de aprendizado.

Aos meus Amigos do Mestrado, em especial do grupo “Amigos e Resenhas”, por todos os momentos de estudo e descontração, pessoas que levarei para sempre em meu coração.

Por fim a todos que contribuíram, direta e/ou indiretamente, para o andamento desta dissertação.

“Seja o que for que você faça ou sonha em fazer, comece. A audácia tem força, poder e magia.”

(Johann Goethe)

RESUMO

Este trabalho se propõe a testar o uso do CAPM para o mercado brasileiro diante das limitações deste modelo teórico e tendo em vista a existência de não linearidade na precificação dos ativos a fim de capturar as interferências das variáveis que não são levadas em consideração na versão linear do mesmo. O principal objetivo é analisar como o valor dos ativos responde às altas e baixas do referido mercado e qual é sua reação frente a movimentos adversos do mesmo além de entender se a não linearidade aplicada ao CAPM torna-se mais eficiente para a precificação de ativos no contexto do mercado brasileiro de capitais. A viabilidade desta análise ocorreu através da utilização de um teste de regressão aplicado aos ativos do principal índice da Bolsa de Mercadorias, Valores e Futuros de São Paulo (BM&FBOVESPA), IBrX50, na busca de comportamentos assimétricos no contexto do mercado de capitais brasileiro. Neste sentido, foram utilizadas as rentabilidades semanais referentes ao período compreendido entre janeiro de 2005 e maio de 2015. Constatou-se que o grau de assimetria das ações que compõem o IBrX50 não é elevado, contudo este fato não invalida o modelo CAPM, demonstra que ao agregar outras variáveis significativas e evidenciar a não linearidade do mercado em questão, a utilização do mesmo se justifica para este tipo de análise. Os resultados demonstram também a sensibilidade por parte dos investidores às mudanças no mercado, ratificando o fato da aversão à perda.

Palavras-chave: CAPM. Ativos. Assimetria.

ABSTRACT

This work test the CAPM Model to Brasilian market given limitations of it and considering that it is possible the non linearity existence to the precification of the assets to catch the interferences of variables that are not considered at linear version of this model. The mainly objective is analysing how the assets' value answer to high and low moviments in this Market and what is the reaction as well as understand if the non linearity to CAPM Model is more eficiente to price the assets in the Brasilian Capital Market. The analyse was possible with the the regression test applicated to the assets of the mainly index of the BM&FBOVESPA, IBrX50. The propose is identify asymmetries' behaviors at this context. In this sense, the monthly returns were used at the period between January 2005 and May 2015. It was found that the degree of asymmetry of the assets that make up the IBrX50 is not high, but this fact does not invalidate the CAPM, shows that by adding other significant variables and highlight the non-linearity of the market in question, its use is justified for this type of analysis. The results also demonstrate the sensitivity of investors to market changes, confirming the fact of loss aversion .

Keywords: CAPM. Assets. Asymmetry.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Gráfico risco/retorno.....18

Figura 2 - Figura 6.1 Curva Simétrica do Livro Teoria e Prática em Estatística 33

Figura 3 - Figura 6.2 Curva Assimétrica à esquerda do Livro Teoria e Prática em Estatística 33

Figura 4 - Figura 6.3 Curva Assimétrica à direita do Livro Teoria e Prática em Estatística..34

Figura 5 - Figura 2 Retornos Mensais Médios Anualizados e Beta de Carteiras Ponderadas pelo Valor Formadas com Base no Beta Anterior (1928-2003).....47

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Estatistica descritiva da rentabilidade do IBrX50 e dos valores que compõem o mesmo.....57

Tabela 2 – Resultados da regerssãogeral.....58

Tabela 3 – Comparativo entre coeficientes β e dos seus valores 60

Tabela 4 – Teste Wald.....62

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO 11
2 FUNDAMENTOS TEÓRICOS 15
2.1 REVISÃO DA LITERATURA TEÓRICA 15
2.1.1 Teoria da Carteira 15
2.1.2 Capm 18
2.1.2.1 Modelo Teórico CAPM 25
2.1.3 Comportamento do Investidor 27
2.1.4 Assimetria 32
2.2 REVISÃO DA LITERATURA EMPÍRICA ACERCA DO CAPM 36
3 MÉTODOS ECONOMÉTRICOS 51
3.1 TESTE EMPÍRICO DO MODELO CAPM 51
3.2 TESTES DE ASSIMETRIAS 52
3.3 TESTES DE VALORES EXTREMOS 53
3.4 LIMITAÇÕES DOS TESTES EMPÍRICOS DO CAPM 53
3.5 METODOLOGIA DA ANÁLISE E DADOS UTILIZADOS 55
4 RESULTADOS OBTIDOS 59
5 CONCLUSÃO 63
REFERÊNCIAS 65

1 INTRODUÇÃO

O desenvolvimento da economia é movido pela capacidade de produção a qual é expandida através de investimentos em capital e recursos humanos objetivando gerar emprego, renda e qualidade de vida. A eficiência desta dinâmica depende da correta alocação dos recursos, ou seja, o direcionamento para maiores ganhos econômicos e sociais. A expressividade do mercado de capitais nesta relação ocorre quando que este cria um fluxo de capital entre os participantes do mercado desenvolvendo alternativas sustentáveis para o crescimento da poupança e dos investimentos.

A importância do mercado de capitais surge da necessidade de desenvolvimento econômico e por ser uma alternativa com menor custo de financiamento para empresas e maior participação social direcionada para o acesso ao capital. Partindo deste pressuposto, para entender a dinâmica deste mercado, estudos foram desenvolvidos a fim de descobrir as causas das variações nos preços dos ativos negociados e, a partir disto, modelos teóricos foram criados para justificar a lógica da precificação dos mesmos. A precificação de ativos passou a ser considerada um dos pilares da análise financeira. Os diversos modelos teóricos desenvolvidos tinham como finalidade torná-la cada vez mais eficiente em benefício da análise de mercado. O Capital Asset Pricing Model ("CAPM") foi o que ganhou mais popularidade, este considera que as mudanças nos preços dos ativos devem ser ajustadas de forma linear frente às mudanças no valor de mercado da carteira. Embora este modelo afirme que essa sensibilidade a mudanças no valor de mercado é independente do valor das alterações que ocorram na carteira, o fato é que os investidores respondem de forma diferente a altas e baixas do mercado ou a movimentos extremos do mesmo. Este comportamento do investidor reflete a sensibilidade do mesmo a ganhos e perdas sobre o valor investido, ou seja, ao uso da sua racionalidade limitada ou falta desta explicada pela aversão ao risco.

Embora o CAPM lide com o equilíbrio da oferta e demanda e a linearidade no mercado, sabe-se que outras variáveis interferem no comportamento e na dinâmica da economia, o que impacta diretamente no preço dos ativos. Considera-se principalmente a eficiência da informação e a especulação inerentes ao contexto do mercado. Esses e outros fatores impedem a utilização deste modelo em seu formato original, já que este se mostra limitado e restringe a captura dos fatores externos que geram a assimetria no comportamento destes ativos.

Vale ressaltar que o contexto do mercado de capitais atrelado aos fatores citados anteriormente dão embasamento a tomada de decisão por determinado investimento, ou seja, interferem diretamente no comportamento do investidor o que o torna um ponto importante de atenção já que a demanda por determinado ativo em determinado momento determinará a dinâmica do mercado.

A partir do que fora disposto acima, este trabalho trata da aplicação da não linearidade para a precificação de ativos utilizando-se o modelo analítico de Regressão Não Linear aplicado ao Modelo teórico CAPM através de uma pesquisa quantitativa, de caráter descritivo.

A existência de não linearidade na precificação de ativos a nível teórico se fundamenta na presença de comportamentos não racionais ou com racionalidade limitada por parte dos investidores. Diante de determinadas situações, os investidores podem atuar de forma irracional, aumentando a volatilidade do mercado ou optando por investimentos que não maximizem o retorno esperado. Esse tipo de comportamento se observa principalmente em situações extremas de mercado nas quais é possível observar que uma mudança nas preferências dos investidores gera a consequente alteração dos prêmios de risco exigidos. Analisar como os preços dos ativos se comportam nessas situações extremas é especialmente relevante na análise da precificação dos ativos.

Do ponto de vista da gestão de risco, existe um conjunto de técnicas que tratam de quantificar o risco atrelado a um investimento. A exposição de ativos a esse risco, que certamente preocupa os investidores, determinará a sua preferência, modificando as pressões de compra e venda que operam sobre ele e alterando seu preço em função da situação do mercado. A consideração de diferentes níveis de sensibilidade do valor de um ativo frente a movimentos adversos ou favoráveis do mercado permite uma melhor quantificação deste risco.

Observa-se então que os ativos estão vulneráveis a variações no mercado ocasionados pela aversão ao risco por parte dos investidores, o que reflete a restrição destes agentes a oportunidades de investimento baseando-se na rentabilidade esperada por eles e em um risco limitado. Ratifica-se então a relevância do estudo cuja finalidade é precificar os ativos considerando a exposição a esta e outras variáveis a serem mencionadas.

O estudo justifica-se pela importância do mercado de capitais brasileiro para o desenvolvimento econômico-financeiro do país direcionado para os interesses sociais de ampliação e gestão eficiente de recursos. Diante disto, a precificação de ativos torna-se primordial para a dinâmica de alternativas de investimentos. Este mostra-se importante devido às implicações relevantes em termos de precificação e gestão de carteiras bem como

gestão de riscos, visto que uma maior correlação dos ativos frente a movimentos adversos do mercado brasileiro implica em um maior risco, diferente do que seria obtido assumindo a linearidade no modelo CAPM.

O principal propósito deste trabalho é testar o uso do modelo CAPM para o mercado brasileiro tendo em vista a possível existência de não linearidade na precificação dos ativos. Além disto, objetiva-se analisar como o valor destes ativos responde às altas e baixas do mercado brasileiro e qual é sua reação frente a movimentos adversos do mesmo.

Diante das limitações do modelo teórico CAPM, surge a necessidade de utilizar os seus pressupostos básicos que fundamentam a teoria de precificação de ativos, contudo, agregando a não-linearidade a fim de capturar as interferências das variáveis que não são levadas em consideração na versão linear do mesmo. Partindo deste ponto, foi construída a problemática da pesquisa questionando-se se a não linearidade aplicada ao CAPM torna-se mais eficiente para a precificação de ativos no contexto do mercado brasileiro de capitais?

Os dados considerados para a referida análise a fim de atender as demandas deste estudo foram as rentabilidades contínuas e semanais dos ativos que compõem o índice da Bolsa de Mercadorias, Valores e Futuros de São Paulo ("BM&FBOVESPA") referente ao período compreendido entre janeiro de 2005 e maio de 2015.

As hipóteses desta análise estarão direcionadas para testar se há assimetria no comportamento da rentabilidade dos ativos que compõem o IBrX50, ou seja, a hipótese nula (H_0) corresponde a existência de simetria no comportamento dos ativos, esta será testada para verificar se há aceitação ou rejeição. Neste trabalho também será considerada a hipótese 1 (H_1) correspondente a existência de assimetria no comportamento dos ativos, ou seja, quando H_0 for rejeitada, H_1 será aceita e vice-versa.

O teste de assimetria justifica-se pela necessidade de entender se o comportamento dos ativos no mercado brasileiro de capitais é não linear frente a variações dentro do mesmo refletidas nos betas, estes medem a sensibilidade ao risco.

O trabalho explicitará, na segunda parte, a Revisão da Literatura Teórica, partindo da Teoria da Carteira, seguindo com o modelo CAPM e seus pressupostos básicos, posteriormente será abordado o comportamento do investidor e o conceito teórico de assimetria. Ainda na segunda parte será explicitada a Revisão da Literatura Empírica com um breve histórico acerca da evolução e do desenvolvimento deste modelo de precificação e as principais pesquisas acerca do tema. Em seguida será demonstrado o modelo econométrico utilizado para a contestação empírica, bem como as hipóteses comparando as possíveis variações da

sensibilidade do preço do ativo em função da carteira de mercado e, por fim, os resultados obtidos e as considerações finais seguidas do referencial bibliográfico.

2 FUNDAMENTOS TEÓRICOS

2.1 REVISÃO DA LITERATURA TEÓRICA

2.1.1 Teoria da Carteira

A teoria da carteira, também denominada mais tarde como Teoria Moderna do Portfólio ou Teoria do Portfólio, foi elaborada por Harry Markowitz (1952) repercutindo no princípio da diversificação dado o objetivo de otimizar as carteiras. O principal propósito da aplicabilidade desta teoria é a formação de combinações eficientes na seleção de projetos de investimento.

Markowitz criou um método direcionado para maximizar o retorno esperado e minimizar a variância, ou seja, por consequência obter um risco controlado a fim de formular a carteira ideal para um investidor racional. A racionalidade é fator primordial para aderência a esta metodologia já que parte do pressuposto que as decisões devem ser tomadas com base na relação risco-retorno de determinado ativo, limitando o risco e considerando um retorno esperado com base na curva de comportamento da carteira.

Salomon (1976) complementa trazendo a visão de que Markowitz defendeu a diversificação eficiente a qual reunia títulos negativamente correlacionados. A análise de carteira não implica apenas na diversificação, mas sim na diversificação certa pela razão certa, esta não pode ser medida pelo número de títulos possuídos. Escolher um grande número de títulos do mesmo ramo não irá eliminar e/ou reduzir o risco da carteira, o efeito pode ser mais eficiente com a combinação de poucos títulos.

Markowitz (1990) limita suas observações a Teoria do Portfólio, primeira parte do seu curso de microeconomia, embora tenha conhecimento dos estudos sobre CAPM por Sharpe (1964) e Lintner (1965), o qual considera como a segunda parte do curso de microeconomia. Enquanto o trabalho sobre CAPM está preocupado com o equilíbrio econômico, a Teoria do Portfólio considera como otimizar o comportamento de um investidor. Existem três pontos principais que diferem a Teoria do Portfólio da teoria da firma ou da Teoria do consumidor que representam a Teoria Clássica de Microeconomia. Primeiro ela se preocupa com os investidores, não com as empresas industriais ou consumidores; segundo ela preocupa-se com os agentes econômicos que atuam sob incerteza; e terceiro trata-se de uma teoria que pode ser usada para direcionar a prática. Markowitz (1990) estende-se explicando os pontos dois e três, refere-se à teoria do produtor assumindo que a empresa competitiva determina o

preço de venda dos bens que produz, contudo, no mundo real existe um *delay*, ou seja, uma lacuna entre a decisão de produzir, o tempo de produção e o tempo de venda, já que o preço no momento da venda pode ser diferente do que fora previsto no momento da produção. Essa incerteza é importante no planejamento da produção e precisa ser levada em consideração, principalmente quando se refere à análise de otimizar o comportamento dos investidores.

O autor discorre sobre o perfil do investidor que conhece retornos futuros este escolherá com segurança a opção com maior possibilidade de ganho caso existam vários títulos com esta possibilidade, o investidor será indiferente a qualquer um destes ou qualquer combinação entre eles. O fato é que o investidor não prefere a diversificação, porém esta é uma prática comum para reduzir a incerteza, constata-se que, portanto, a incerteza é essencial para analisar o comportamento racional do investimento.

Segundo o criador da Teoria do Portfólio, parecia óbvio que os investidores estão preocupados com o risco e retorno, e que estes devem ser medidos pelo portfólio como um todo. A variância (ou, desvio padrão) é tida como uma medida de risco da carteira diante disto, dois critérios foram assumidos -- retorno esperado e risco -- abordagem natural para um estudante de economia ao imaginar o investidor selecionando um ponto ótimo de uma expectativa de retorno do conjunto de Pareto, a variância da combinação de retornos, agora conhecida como a fronteira eficiente. Estes foram os elementos básicos da teoria de portfólio agregada por Markowitz ao ler Wiliams (1938). John Burr Wiliams (apud MARKOWITZ, 1990) propõe que o valor da ação deve ser igual ao valor presente do fluxo futuro de dividendos, contudo, considerando que estes são incertos. Markowitz seguiu esta recomendação, mas utilizando o valor presente do fluxo futuro descontado dos dividendos.

Em 1956 Markowitz traçou a fronteira eficiente dadas estimativas de retorno esperado, variância e covariância para qualquer número de valores mobiliários sujeitos a vários tipos de restrições, alguns anos depois, em 1959. Ele explorou o relacionamento entre análise de média variância e as teorias fundamentais de ação sob risco e incerteza de Von Neumann e Morgenstern e Savage LJ. Diante destas teorias, há uma discussão sobre os princípios do comportamento racional sob incerteza e como a partir disto escolher uma estratégia que maximize a utilidade esperada, o que depende apenas do retorno do portfólio.

Norstad (2011) agrega afirmando ser a eficiência o ponto central da Teoria do Portfólio além de ser o principal foco, trata-se da definição formal da noção do uso da teoria da utilidade e assume que os investidores são avessos ao risco. Suponha que I_1 e I_2 são dois investimentos cujos valores no tempo t são dados pelas variáveis aleatórias $w_1(t)$ e $w_2(t)$, sabe-se que I_1 é

mais eficiente que I_2 no tempo t se o valor esperado da utilidade de $w_1(t)$ é maior que o valor esperado da utilidade de $w_2(t)$ para todas as funções de utilidade:

$E\ (U(w_1(t)))\ > E\ (U(w_2(t)))$ para todo U

A relação "mais eficiente do que ou igual a" define uma ordenação parcial em qualquer conjunto de investimentos viáveis (ao longo de um determinado horizonte de tempo), se um investimento I_1 é mais eficiente do que algum outro I_2, todos os investidores avessos ao risco preferem I_1 a I_2 (para esse horizonte de tempo). Ao selecionar entre uma coleção de alternativas de investimento competitivas em um determinado horizonte de tempo, considera-se apenas os investimentos eficientes do conjunto. Diferentes investidores agem sob o princípio da maximização da utilidade esperada com diferentes funções de utilidade que podem selecionar diferentes investimentos eficientes, mas nenhum deles irá selecionar um ineficiente.

Para um determinado horizonte de tempo t suponha que o retorno de um investimento que é normalmente distribuído com média r e desvio padrão s, seja U a função de utilidade exponencial negativa com coeficiente de aversão ao risco $A\ > 0 : U\ (w) = \ -e^{-Aw}$, sendo w_0 a riqueza do investidor no início do período de tempo, então, a utilidade esperada de riqueza $w(t)$ no final do período de tempo é :

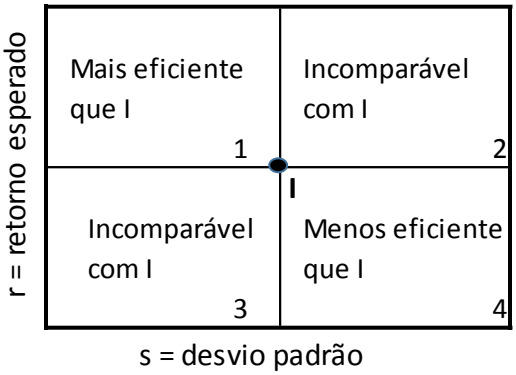
$E\ (U(w(t))) = \ -e^{-Aw_0(1+r-\frac{1}{2}Aw_0s^2)}$

Norstad (2011) prova que para o investimento I com retorno normalmente distribuído com média r e desvio padrão s ao longo do tempo t e riqueza inicial w_0, o valor final $w(t)$ é a variável aleatória normalmente distribuída:

$w(t) = \ w_0(sX + 1 + r)$ onde $X = N[0,1]$

Pode-se visualizar a representação gráfica dos investimentos no conjunto viável com desvio padrão s no eixo x e retorno esperado r no eixo y:

Figura 1 - Gráfico risco/retorno



Fonte: Adaptado de Norstad (2011, p.8, tradução própria).

Interpretando os quadrantes acima, para qualquer investimento J no quadrante 1, todos os investidores avessos ao risco preferem J a I. Para qualquer investimento J no quadrante 4, todos os investidores avessos ao risco preferem I a J. Já para qualquer investimento J no 3 ou 2, alguns investidores avessos ao risco preferem J a I, e algum outro investidor avesso ao risco prefere I a J. O autor conclui que as linhas horizontais e verticais se cruzam no investimento que pertence aos quadrantes 1 e 4, se J encontra-se exatamente sobre a linha vertical acima I, todos os investidores avessos ao risco preferem J a I.

2.1.2 Capm

O CAPM é um modelo de precificação usado para determinar uma taxa de retorno de determinado ativo ou um conjunto (carteira) de ativos levando em consideração a sensibilidade deste ao risco não diversificável conhecido como risco sistemático ou risco de mercado. De acordo com Sullivan (2006), o modelo revolucionou a teoria e a prática de investimentos, simplificando o problema da teoria de seleção de carteiras. O estudo do modelo resultou no Prêmio Nobel em 1990 para William Sharpe na ciência econômica.

O modelo foi introduzido por Treynor (1961, 1962), William Sharpe (1964), John Lintner (1965) e Jan Mossin (1966) de forma independente, tomando como base o trabalho de Harry Markowitz cuja abordagem era a diversificação e a moderna teoria do portfólio. Para o ativo individual o modelo utiliza uma linha de segurança do mercado (“SML”) e sua relação com o retorno esperado e o risco sistemático (Beta). Essa linha permite calcular a relação risco-retorno em relação ao mercado. A relação de mercado risco-retorno é denominada como sendo o prêmio de risco de mercado, sendo assim, a equação do modelo CAPM é:

$E(R_i) = R_f + \beta_i(E(R_m) - R_f)$

Onde:

$E(R_i)$ é o excesso de retorno esperado;

R_f é a taxa livre de risco;

β_i (coeficiente Beta) é a sensibilidade do excesso do retorno estimado do ativo frente aos retornos excedentes esperados no mercado, ou também $\beta_i = \frac{Cov(R_i,R_m)}{Var(R_m)}$;

$E(R_m)$ é o excesso de retorno esperado no mercado;

$E(R_i) - R_f$ é conhecido como o prêmio de mercado ou prêmio de risco (a diferença entre a taxa de retorno esperada do mercado e a taxa livre de risco de retorno).

A equação também pode ser escrita da seguinte forma:

$E(R_i) - R_f = \beta_i(E(R_m) - R_f)$

Onde o prêmio de risco individual pode ser igual ao prêmio de mercado.

De acordo com os autores precursores, o CAPM assume que o perfil de risco-retorno de uma carteira pode ser otimizado, uma carteira ótima exibe o nível mais baixo possível de risco para o seu nível de retorno. Além disso, uma vez que cada ativo adicional é introduzido em um portfólio, este irá gerar maior diversificação da carteira, o portfólio ideal deve incluir todos os ativos (assumindo que não há custos de transação). Todas essas carteiras ideais, ou seja, um para cada nível de retorno, constituem a fronteira eficiente. Uma vez que o risco não sistemático é diversificável, o risco total de uma carteira pode ser visto como beta.

Perold (2004) complementa esta ideia afirmando que nem todos os riscos devem afetar os preços dos ativos, um risco pode ser diversificado quando realizado juntamente com outros investimentos em uma carteira, complementa ainda que o CAPM explicita uma visão sobre qual tipo de risco está relacionado ao retorno. Iniciando uma retrospectiva, Perold (2004) afirma que o conceito de risco foi melhor entendido e estudado em 1960, em termos de teoria ou evidência empírica, as ações e opções de mercados já existiam pelo menos desde 1602, quando as ações da Companhia das Índias Orientais começaram a ser negociadas em Amsterdã (de la VEJA apud Perold, 2004, p.3) e os mercados de seguros organizados haviam se tornado bem desenvolvidos em 1700 (BERNSTEIN apud PEROLD, 2004, p. 3). Em 1960 as empresas de seguros permaneceram durante séculos contando com a diversificação para distribuir o risco.

Neste contexto, o CAPM foi desenvolvido num momento em que os fundamentos teóricos da tomada de decisão sob incerteza eram relativamente novos e os fatos empíricos básicos sobre risco e retorno nos mercados de capitais ainda não eram conhecidos. Diversas teorias

de preferências de risco pelos investidores e tomada de decisões em situações de incerteza surgiram na década de 1940 e 1950 (von NEUMANN ; MORGENSTERN, 1944; SAVAGE, 1954), além destas, surgiu a teoria da carteira, mostrando como os investidores podem criar carteiras de investimento individuais de forma otimizada (MARKOWITZ, 1952 e 1959).

Perold explicita dois grandes *insights* de Markowitz (1952): a diversificação não depende de riscos individuais serem não relacionados, basta que eles sejam imperfeitamente correlacionados; e que a redução do risco de diversificação é limitada pelo grau em que os retornos dos ativos individuais são correlacionados. Vale ressaltar a abordagem do autor acerca do paradigma pré-CAPM, ele afirma que neste o risco não entra diretamente no cálculo do custo de capital. A hipótese de trabalho era sempre que uma firma que pode ser financiada provavelmente é segura (baixo custo de capital) e outra que era endividada era tida como arriscada (alto custo de capital), explica então que, antes da chegada do CAPM, a questão de como o retorno esperado e o risco estavam relacionados tinham sido levantados, mas ainda se aguardava uma resposta.

Treynor (1961, 1962) foi o primeiro autor a estudar o modelo, embora seus manuscritos não tenham sido publicados. French (2003) traz a abordagem desenvolvida por este autor, explicita que o modelo foi desenvolvido usando o conceito de espaço do experimento para quantificar o risco e as relações de risco. Treynor (apud FRENCH, 2003) aproximou o CAPM da perspectiva de tomada de decisões do custo de capital corporativo. O autor discutiu as sete premissas primárias do modelo: inexistência de taxas, sem fricções no mercado, a negociação não afeta os preços, os agentes maximizam a utilidade econômica, os agentes são avessos ao risco, existência de um mercado perfeito para empréstimos onde os investidores podem emprestar e tomar emprestado de maneira ilimitada sob a taxa livre de risco de seu interesse, e, por fim, os agentes têm conhecimento idêntico sobre o mercado e concordam com as previsões de valores futuros deles.

Treynor (1962), através de French (2003), inicia a exposição do seu modelo decompondo a expectativa de retorno em um componente livre de risco e um componente com prêmio de risco. Ele define o prêmio de risco esperado da carteira e deriva a relação linear entre risco e retorno esperado, além de definir a matriz de covariância e a variância da carteira usando a formulação de utilidade de Markowitz (1952). Neste mesmo estudo French (2003) traz algumas comparações deste autor com os outros 3 precursores do CAPM e explicita que para Mossin (1966) a premissa de percepções idênticas dos agentes acerca da distribuição dos rendimentos dos ativos de risco não é crucial e a especificação da função de utilidade é

desnecessária. French (2003) explicita que, na visão de Sharpe (1964), a matriz de covariância do ativo de risco, outra abordagem importante para o modelo, é singular, enquanto para Mossin (1966), Lintner (1965) e Treynor (1962) a exigência é que ela seja definida positiva e, portanto, não singular. Lintner (1965) ainda reforça a questão da aversão ao risco, sendo esta a premissa crucial sobre a preferência por um retorno esperado e a preferência contra a variância do retorno.

Sharpe (1964) reconhece os esforços dos economistas relacionados a busca por desenvolver modelos normativos que tratam da escolha de ativos sob condições de risco, a base de seu estudo foi Markowitz (1952) ao desenvolver uma análise com base na máxima utilidade esperada e propôs uma solução geral para o problema de seleção de carteiras. Tobin (1958) ao mostrar que sob certas condições de Markowitz o modelo implica que o processo de escolha de investimento pode ser dividido em duas fases: em primeiro lugar a escolha de uma combinação ótima única de ativos de risco e, segundo, uma escolha separada relativa à repartição de fundos entre essa combinação e um único ativo sem risco. Hicks (1962) ao usar um modelo semelhante ao proposto por Tobin (1958) para derivar conclusões sobre o comportamento dos investidores individuais que tratam um pouco mais explicitamente da natureza das condições sob as quais o processo de escolha de investimento pode ser dicotomizado.

Embora todos os autores citados utilizem quase o mesmo modelo de comportamento dos investidores, nenhum ainda havia tentado estendê-lo a fim de construir uma teoria de equilíbrio de mercado de preços dos ativos sob condições de risco. Sharpe (1964), mostrou em seu trabalho que essa extensão fornece uma teoria com implicações consistentes, ele esclarece a relação entre o preço de um ativo e os vários componentes do seu risco global, merecendo assim consideração como um modelo de determinação de preços dos ativos, além disto fornece um modelo de comportamento do investidor individual sob condições de risco e considera as condições de equilíbrio para o mercado de capitais bem como as implicações para a relação entre os preços de bens de capital individuais e os vários componentes de risco.

A fim de derivar condições para o equilíbrio do mercado foram assumidas duas premissas, uma taxa pura de interesse comum, com todos os investidores capazes de tomar emprestado ou emprestar fundos em condições de igualdade e a homogeneidade das expectativas dos investidores. Diante destas, dado um conjunto de preços dos ativos, cada investidor vai ver suas alternativas da mesma maneira com o objetivo alcançar sua posição preferida.

De acordo com Sharpe (1964), quando há equilíbrio, haverá uma relação linear simples entre o retorno esperado e desvio padrão da troca de combinações eficientes de ativos de risco. Com relação aos ativos individuais, os valores associados estão acima da linha de mercado de capitais, refletindo a ineficiência das explorações não diversificadas, embora haja uma relação consistente entre seus retornos esperados, o que poderia ser melhor chamado de risco sistemático.

Mossin (1966), também precursor do CAPM, aborda o equilíbrio no mercado de capitais investigando as propriedades de um mercado para ativos de risco com base em um modelo simples de equilíbrio geral de troca no qual os investidores individuais procuram maximizar a preferência sobre o rendimento esperado e variância do rendimento das suas carteiras. O autor busca determinar as condições para o equilíbrio da troca de bens, levando em consideração que cada indivíduo traz para o mercado suas participações atuais dos vários ativos, assim a troca ocorre. O foco é entender como os preços podem satisfazer a demanda e a oferta, daí então a procura é igual para todos os ativos, para que isto aconteça é necessário derivar relações que descrevam a demanda individual, incorporar essas relações em um sistema que descreve o equilíbrio geral e discutir as propriedades deste equilíbrio. Em situação de equilíbrio, os preços devem ser tais que cada indivíduo vai realizar o mesmo percentual das ações em circulação total de todos os ativos de risco, ou seja, se um indivíduo tem dois por cento de todas as unidades em circulação de um ativo de risco, ele também detém dois por cento das unidades em circulação de todos os outros ativos arriscados, contudo não se pode concluir que ele também tem a mesma percentagem do ativo livre de risco, essa proporção dependerá de sua atitude para com o risco, como expresso por sua função de utilidade. Esta relação afirma a exploração do ativo livre de risco e o percentual das ações em circulação dos ativos de risco.

Outra observação do autor refere-se ao fato do indivíduo deter quaisquer ativos de risco (ou seja, se ele não é tão avesso ao risco para colocar tudo no ativo livre de risco) neste caso então, ele teria algo de todos os ativos (a análise assume que todos os ativos são perfeitamente divisíveis), ou seja, a relação entre as detenções de dois ativos de risco é a mesma para todos os indivíduos. Diante disto, em qualquer conjunto de preços, será racional para os investidores a diversificação, além disto, é natural esperar que ocorra a troca de ativos e ela possa resultar numa queda no preço, e, portanto, num aumento em explorações desejadas. Estas relações simplesmente caracterizam o resultado final dos efeitos equilibrantes do processo de mercado.

Um conceito importante explicitado por Mossin (1966) refere-se a linha de mercado, este é inerente ao conceito difuso de "preço de risco" o qual pode ser mais preciso e significativo através de uma análise da taxa de substituição entre rendimento esperado e risco (em equilíbrio). Neste processo de equilíbrio, baseando-se em Sharpe (apud MOSSIN, 1966, p. 776), os preços dos ativos de capital são ajustados de modo que o investidor, seguindo os procedimentos racionais (principalmente de diversificação), é capaz de atingir qualquer ponto desejado ao longo de uma linha de mercado de capitais. Mossin (1966) afirma ainda que uma "linha de mercado" possa ser derivada a partir das condições de equilíbrio geral e o fato da linha de mercado ser reta significa que a taxa de substituição entre o rendimento esperado e desvio padrão de rendimento é constante.

A linha de mercado não é uma construção que pode ser feita independente do comportamento dos investidores, ela não busca o critério para testar se uma pessoa se comporta racionalmente ou não, pelo contrário é uma forma de resumir o resultado de um comportamento racional. O autor resume então as condições de mercado em equilíbrio geral definido por condições para maximizar as funções de utilidade, ou seja, do comportamento racional. Caso um ou mais indivíduos não se comportem racionalmente, toda a base da análise é destruída bem como os conceitos de equilíbrio da linha de mercado.

Após uma estruturação da linha do tempo do CAPM, trazendo estudos mais recentes, Perold (2004), discute um tópico sobre o retorno esperado pelo mercado versus o risco independente, explicita que o CAPM, em contraponto com a teoria moderna do portfólio a qual assume que os investidores escolhem suas carteiras na fronteira eficiente dadas suas crenças sobre retorno e risco esperado, está preocupado com a precificação de ativos em equilíbrio, o principal questionamento está direcionado para quais as implicações para os preços dos ativos. O autor complementa que para o mercado estar em equilíbrio, o retorno esperado de cada ativo deve ser tal que os investidores decidam coletivamente manter a oferta de ações do ativo, o CAPM, então, explica como os investidores determinam suas expectativas de retorno e os preços dos ativos em função do risco.

O CAPM tem um número importante de implicações, primeiro, seu aspecto mais marcante é que o retorno esperado de um ativo não depende de seu risco individual, vale ressaltar que a sensibilidade ao risco é medida através do beta. Constatou-se que uma ação com beta elevado tende a ter um alto risco individual porque uma parcela do risco é determinada por este, contudo não precisa ser elevado para ter um risco individual elevado.

Uma ação com risco individual elevado, portanto, apenas terá um retorno esperado elevado na medida em que o seu risco individual é derivado de sua sensibilidade para com o mercado

de ações. Em segundo lugar, o beta oferece um método de medir o risco de um ativo que não pode ser diversificado, vale destacar que qualquer medida de risco para determinar os retornos esperados tem que satisfazer a exigência de que o risco de uma carteira é a média ponderada dos riscos das participações na mesma. Em terceiro lugar, no CAPM, o retorno esperado de uma ação não depende da taxa de crescimento de seus fluxos de caixa futuros esperados. Para encontrar os retornos esperados das ações da empresa, não é necessário proceder com uma extensa análise financeira da empresa e prever seus fluxos de caixa futuros, o CAPM explica que precisamos saber apenas o beta das ações da empresa, um parâmetro que é geralmente muito mais fácil de estimar do que os fluxos de caixa futuros esperados da mesma (PEROLD, 2004, p. 17).

Sullivan (2006) traça a lógica da abordagem inicial do CAPM através de Markowitz (1959) com a Teoria do Portfólio em sua expansão da análise de média-variância, o que culminou no reconhecimento desta como um dos pilares da economia financeira. De acordo com o autor, o trabalho de Markowitz apresenta uma raiz direta para o CAPM, já que o objetivo posteriormente era simplificar o problema de seleção de carteiras, a análise original da média- variância apresentava dificuldades de implementação, era necessário calcular a matriz de variância-covariância com $N(N-1) \div 2$ elementos, neste sentido, uma carteira de tamanho razoável de 100 títulos requer a difícil tarefa de calcular 4.950 variâncias e covariâncias. Markowitz (apud SULLIVAN, 2006, p. 207) sugeriu uma possível solução para este problema, propondo um “modelo índice único” (atualmente denominado “modelo de um fator” ou “modelo de fator único”), esta ideia envolveu Sharpe com Markowitz e o colocou em uma linha de pesquisa que culminou com a sua versão do CAPM.

Elbannan (2014) reforça a visão geral sobre o CAPM, introduzindo o modelo através do embasamento teórico relacionado a já citada Teoria Moderna do Portfólio (anteriormente denominada modelo de média-variância) de Markowitz (1959). O autor explora a ideia principal da teoria a qual sugere que os investidores escolhem uma carteira que irá minimizar a variância do retorno da carteira, dado um determinado nível de retorno esperado, ou maximizar o retorno esperado, dado um nível específico de variância, assumindo, então os investidores são eficientes, avessos ao risco e eles maximizam a utilidade escolhendo pontos que estão localizados na fronteira eficiente (o chamado fronteiras de variância mínima), ou seja, a carteira selecionada depende da função de utilidade risco-retorno. A partir desta abordagem, alcança-se a ideia de que Sharpe (1964) e Lintner (1965) progrediram com o modelo de Markowitz, assumindo que o CAPM depende do equilíbrio entre risco e retorno ao introduzir os seus modelos com as premissas-chave

adicionais referentes a empréstimos e financiamentos à taxa livre de risco e as expectativas homogêneas dos investidores.

2.1.2.1 Modelo Teórico CAPM

Ratificando o que fora dito anteriormente, o modelo CAPM parte da premissa de que o mercado está em equilíbrio, ajustando assim a oferta à demanda; os investidores são racionais, e, portanto, só vão adquirir uma combinação de ativos que dado um determinado risco maximizem a rentabilidade esperada ou dada uma determinada rentabilidade o risco seja minimizado. Este conjunto possível de carteiras se denomina fronteira eficiente e será um conjunto de combinações dos ativos, com forma convexa considerando-se que entre os mesmos existe um grau de correlação entre 1 e -1. Dentre estas combinações possíveis, parte dos investidores vão adquirir carteiras com uma rentabilidade superior à carteira de mercado e outros vão optar por carteiras cuja rentabilidade esperada seja inferior à do mercado. Para obter as ditas posições, a quantidade comprada de ativos que compõem as carteiras por parte de alguns investidores deve ser igual à quantidade vendida destes ativos pelo restante dos investidores. Considerando que existe um grande número de investidores tomadores de preço e que a quantidade de ativos negociáveis é fixa e perfeitamente divisível, chega-se a seguinte equação:

$$\sum_{i=1}^{I} \omega_{ij} * W_i = P_j * Q_j \qquad (1)$$

Onde ω_{ij} representa a porcentagem de renda do indivíduo "i" investida no ativo "j" e W_j representa o valor do ativo "j". Enquanto P_j representa o preço do ativo, "j" do mercado e Q_j representa sua quantidade negociada, sendo assim $P_j * Q_j$ é a capitalização de mercado do ativo "j".

Agregando-se a demanda de todos os ativos "j", esta deve ser igual à oferta agregada de todos estes ativos, visto que existe um equilíbrio e este é igual a toda a renda do mercado, representada pela seguinte equação:

$$\sum_{j=1}^{n} \sum_{i=1}^{I} \omega_{ij} * W_i = \sum_{j=1}^{n} P_j * Q_j = W_M \qquad (2)$$

Pode-se então comprovar que a proporção que o investimento representa na carteira de cada indivíduo de cada um dos ativos deve ser igual a proporção que cada um destes representa sobre o mercado total:

$$\sum_{i=1}^{I} \omega_{ij} \frac{W_i}{W_M} = \frac{P_j Q_j}{W_M} = \omega_{Mj} \qquad (3)$$

Onde ω_{Mj} representa a proporção de renda que o mercado atribui ao ativo "j".

Dado que os indivíduos só investem em carteiras que se encontram na fronteira eficiente, posto que são racionais e que a carteira de mercado é uma combinação convexa dessas carteiras, esta carteira de mercado estará sobre a fronteira eficiente de média variância. Assim, pode-se presumir que dada uma posição de um determinado indivíduo pode-se replicar a mesma com o investimento na dita carteira de mercado e em um ativo de covariância nula em relação a mesma que denominaremos "z":

$$r_j = r_z + (r_m - r_z) * \frac{\sigma_{jm}}{\sigma_M^2} \qquad (4)$$

Caso seja introduzida a consideração de um ativo livre de risco, este irá desempenhar o papel de ativo com covariância nula em relação à carteira de mercado. Utilizando a expressão anterior:

$$r_j = \beta_j r_M + (1 - \beta_j) r_f \qquad (5)$$

Onde $\beta_j = \frac{\sigma_{jm}}{\sigma_M^2}$; nota-se que se $j = M$ então $r_j = r_M$. Essa expressão mostra que a rentabilidade esperada de um investimento é a soma da rentabilidade de cada investimento ponderada pela quantidade de riqueza investida em cada ativo. Substituindo na expressão (5) obter-se-á a seguinte expressão:

$$R_j = R_f + \left(\frac{R_M - R_f}{\sigma_M}\right) \frac{\sigma_{jM}}{\sigma_M} \qquad (6)$$

O quociente $\frac{r_M - r_f}{\sigma_M}$ é conhecido como Índice Sharpe e mede o retorno que o mercado oferece ao risco tolerado pelo investimento não diversificável. O índice Sharpe estabelece que a retribuição por unidade de risco depende do excesso de rentabilidade do mercado e da

volatilidade do mesmo. Esse retorno por unidade de risco deve ser igual para todos os investidores, posto que existe o equilíbrio, já que do contrário existiriam oportunidades de arbitragem por ser mais rentável adquirir ativos que oferecessem um melhor retorno por risco assumido, adquirindo uma posição vendida num ativo cujo retorno pelo mesmo nível de risco fosse menor.

As suposições do modelo implicam que o risco tolerado se identifica exclusivamente com a volatilidade, e isto, conforme já visto, só é razoável se for considerada a existência de normalidade na distribuição de rendimentos.

Por outro lado, $\frac{\sigma_{jM}}{\sigma_M}$ é a quantidade de risco não diversificável tolerado e mede a contribuição do ativo "j" ao risco da carteira "M" e, portanto, ao risco sistêmico. Esse risco é o único retorno no equilíbrio já que o resto do risco pode ser eliminado com a diversificação. Isto requer que se negocie um grande número de ativos para que a inclusão na carteira de risco por parte do ativo provenha exclusivamente de sua correlação com o restante dos ativos, de forma que a inclusão ao risco da carteira pela volatilidade do próprio ativo tenda a ser nula. O modelo assim estabelece uma relação linear entre o risco tolerado e seu retorno, e a inclinação desta relação é o índice Sharpe.

Em resumo, pode-se observar que o excesso de rentabilidade que um determinado ativo oferece decorre da correlação que apresenta com a carteira de mercado (carteira que tem todos os investidores) e o excesso de rentabilidade que apresenta a carteira de mercado em relação à carteira livre de risco. A relação é dita linear e, por unidade de risco, o retorno é idêntico para todos os ativos e se expressa na forma $\left(\frac{R_M - R_f}{\sigma_M}\right)$.

2.1.3 Comportamento do Investidor

Com a necessidade de entender o perfil do investidor e o comportamento do mesmo diante do risco, as finanças comportamentais, em inglês *Behavioral Finance*, tem sido um tema discutido internacionalmente. O homem observado em Finanças Comportamentais difere de Finanças Modernas, esta última o vê (*homo economicus*) como um ser perfeitamente racional que possui todas as informações disponíveis e é capaz de analisar todas as informações e tomar uma decisão que as considere. Já as Finanças Comportamentais consideram que a racionalidade não é o centro das decisões humanas. O homem é percebido como um ser não totalmente racional. Isso implica a hipótese de que, frequentemente, ele

atua de maneira irracional, sendo suas decisões também influenciadas por suas emoções e por erros cognitivos (LIMA, 2007; CAPLAN, 1989 apud MELO ; SILVA, 2010).

As finanças comportamentais estudam a maneira como os humanos interpretam e agem frente às informações na tentativa de explicar as decisões sobre investimentos dos indivíduos, o conceito de aversão à perda é considerado um dos seus pilares. Este modelo comportamental diz que o investidor pondera tanto os ganhos quanto as perdas, mas não dá a ambos o mesmo valor psicológico. (MACHADO ; RIBEIRO, 2013). Para Kahneman e Tversky (1979) os investidores sentem muito mais a dor da perda do que o prazer obtido com um ganho equivalente. Bruno Frey (apud KANHEMAN, 2011, parte 4, p.1), economista suíço, costuma discutir em seus ensaios os pressupostos psicológicos da teoria econômica, ele afirma que "O agente da teoria econômica é racional e egoísta e seus gostos não mudam".

Copeland e Weston (1988) em seu livro *Financial Theory* dedicam dois capítulos aos objetos de escolhas enfrentados pelo investidor, o foco é a teoria de como as pessoas fazem escolhas frente a incerteza, diante do estudo eles foram forçados a reconhecer que as pessoas têm diferentes gostos para a preferência de consumo e diferentes graus de aversão ao risco. Embora a teoria econômica reconheça essas diferenças não se aprofunda na explicação do porquê de sua existência e quais as causas desta. A principal preocupação dos autores é a escolha entre alternativas de risco, denominada por eles como a teoria da escolha do investidor. A teoria se fundamenta através de cinco axiomas sobre o comportamento dos indivíduos quando confrontados com a tarefa de classificação das alternativas de risco e a suposição de não-saciedade quanto ao retorno do investimento.

O primeiro axioma é o da comparabilidade ou completude, este implica que para todo conjunto de alternativas incertas o indivíduo pode dizer que o resultado X é o preferido diante de um resultado Y, vice-versa ou ele é indiferente a ambos. O Axioma 2 é o da transitividade ou consistência, neste caso se X é preferível a Y e Y a Z, então X é preferido diante de Z, se um indivíduo é indiferente quanto a X e Y e também a Y e Z, então também é indiferente quanto a X e Z. O terceiro axioma é o da forte independência, suponhamos que em um jogo o indivíduo tem a probabilidade de um resultado X ou Z, este axioma diz que se um indivíduo é indiferente quanto a X e Y, ele também será indiferente quanto ao primeiro jogo, criado entre X com probabilidade A e um resultado mutuamente exclusivo Z, e um segundo jogo, criado entre Y com probabilidade A e o mesmo resultado mutuamente exclusivo Z. O Axioma 4, Mensurabilidade, explica que se o resultado Y é preferido menos

do que X, mas mais do que Z então há uma probabilidade tal que o indivíduo será indiferente entre Y e um jogo entre X com probabilidade A e Z com probabilidade A. Por fim o quinto axioma é denominado Posição, neste, se alternativas Y e U ambas estão em algum lugar entre X e Z e os jogos podem ser estabelecidos de tal forma que os indivíduos sejam indiferentes entre Y e um jogo entre X (com probabilidade A) e Z, ao mesmo tempo são indiferentes entre U e um segundo jogo, desta vez entre X (com probabilidade $A2$) e Z , em seguida, se A, for superior a $A2$, Y é preferido a U.

Os autores afirmam que estes axiomas resumem as premissas sobre comportamento, primeiro os indivíduos sempre fazem escolhas completamente racionais, segundo os indivíduos são capazes de fazer essas escolhas racionais entre milhares de alternativas e esta não é uma tarefa muito simples. Então, sob condições específicas, a tomada de decisão do indivíduo é realizada através da maximização da utilidade esperada da riqueza do fim de determinado período. Este critério de decisão mostrou-se válido quando os indivíduos são racionais, preferem mais riqueza a menos, e seguem os cinco axiomas de escolha sob incerteza.

Os valores mobiliários (títulos) têm uma dimensão de tempo inerente. As decisões de investimento dos indivíduos são determinadas pelo seu consumo desejado em intervalos de tempo futuros. A passagem do tempo envolve incerteza sobre o futuro e, consequentemente, sobre o valor futuro de um investimento em valores mobiliários. Do ponto de vista da empresa emissora e dos investidores individuais, o valor futuro incerto de um título pode ser representado como um vetor de retornos prováveis em alguma data futura, e uma carteira de investimento de um indivíduo é uma matriz de possíveis retornos sobre os diferentes valores mobiliários que compõem a carteira (COPELAND ; WESTON, 1988).

Tratando ainda do embasamento quanto a expectativas racionais, o trabalho de Copeland e Weston (1988) traz a relação entre esta e a eficiência de mercado, dentro deste processo destacam o valor da informação. Os autores consideram que a utilidade do valor da informação tem três partes, sendo elas as utilidades dos retornos, dada uma ação, as ações ótimas, dada recepção de uma mensagem e as probabilidades de estados de natureza fornecidos pelas mensagens. Eles se interessam em compreender como o processo de tomada de decisão do indivíduo, dada a obtenção de informações, se reflete nos preços dos ativos no mercado, afirmam, porém, que não é uma tarefa fácil, porque é impossível observar a quantidade e a qualidade das informações ou o momento da sua recepção no mundo real. Além disto, existem ainda divergências entre os teóricos sobre quais informações serão utilizadas pelos investidores, a exemplo citam Forsythe, Palfrey e Plott

(1982), estes identificaram quatro hipóteses diferentes. Cada hipótese pressupõe que os investidores sabem com certeza o quais serão seus retornos ao longo do tempo, mas eles também sabem que indivíduos diferentes podem pagar preços diferentes por possuírem preferências diferentes.

Forsythe, Palfrey e Plott (apud COPELAND ; WESTON, 1988, p. 339) chamam a primeira hipótese de ingênua (também conhecida como "sem sentido"), esta afirma que os preços dos ativos são completamente arbitrários e não relacionados aos prováveis retornos futuros ou suas probabilidades. A segunda hipótese, denominada equilíbrio especulativo, baseada na teoria geral de Keynes, pode ser interpretada pela ocorrência do momento em que todos os investidores baseiam suas decisões de investimentos em antecipações dos comportamentos dos outros indivíduos, sem qualquer relação com a expectativa de ganhos reais que os ativos podem gerar. A terceira hipótese, valor intrínseco, ocorre quando os preços dos ativos são sistematicamente relacionados com a estimativa de retorno de um indivíduo sem considerar os valores de revendas para outros indivíduos e, por fim, a quarta hipótese, chamada de especulação racional, prevê que os preços dos ativos são formados com base nas expectativas de retornos futuros incluindo seus valores de revenda a terceiros. Assim, afirma Copeland e Weston (1988), um mercado de expectativas racionais é um mercado eficiente, porque os preços irão refletir todas as informações existentes no mercado.

Grossman e Stiglitz (1976), em seu artigo sobre Informação e Sistema de preços competitivos, também ressaltam a importância da informação, eles afirmam que existe um custo para obtê-la e ainda explicam que o mercado possui os negociadores informados e os desinformados, os primeiros adquirem melhores estimativas do futuro e tomam suas decisões embasados por estas informações, neste mesmo sentido todos os investidores informados o fazem desta maneira, sendo assim os preços correntes dos ativos são afetados. Os desinformados não investem nenhum recurso para obtenção da informação, contudo eles observam o comportamento dos preços no mercado e tomam decisões.

Kahneman (2011), prêmio Nobel de economia em 2002, direciona a parte quatro do seu livro "Rápido e Devagar duas formas de pensar" intitulado de "Escolhas", reitera a diferença de mundos entre economistas e psicólogos, para estes últimos, afirma, é evidente que as pessoas não são nem completamente racionais, nem completamente egoístas, e que seus gostos podem ser tudo, menos estáveis. O foco do estudo dele foram as atitudes das pessoas em relação a opções arriscadas, norteado pelo seguinte questionamento: Quais regras governam as escolhas das pessoas entre diferentes apostas simples e coisas seguras?

Kahneman (2011) afirma que toda escolha significativa que as pessoas fazem na vida vem acompanhada de alguma incerteza, motivo pelo qual os estudiosos de tomada de decisão esperam que algumas lições aprendidas na situação-modelo sejam aplicáveis a problemas do dia a dia, bem mais interessantes. Esse campo de pesquisa tinha uma teoria, apresentada como a teoria da utilidade esperada, que serviu de base para o modelo de agente racional e continua sendo até hoje a teoria mais importante nas ciências sociais. A teoria da utilidade esperada não foi formulada para ser um modelo psicológico; foi uma lógica de escolha, baseada em regras elementares (axiomas) de racionalidade. Os economistas adotaram a teoria da utilidade esperada fazendo-a cumprir um papel duplo: como lógica que prescreve como as decisões devem ser tomadas e como uma descrição de como os economistas fazem suas escolhas. O autor, contudo, era psicólogo e queria compreender como os indivíduos de fato fazem escolhas arriscadas sem presumir nada acerca da racionalidade delas. Para isto, ele e Amos Tversky mantiveram a rotina de passar muitas horas todos os dias conversando e/ou em longas caminhadas para estudarem cuidadosamente as próprias preferências intuitivas deles. Dedicaram tempo inventando simples problemas de decisão e se perguntando como a escolha seria feita. Não estavam tentando imaginar a opção mais racional ou vantajosa; queriam descobrir a escolha intuitiva, a que parecesse mais imediatamente tentadora, a opção pela certeza era sempre comum a ambos, bem como a todos os indivíduos, assim afirmam como a decisão mais provável.

Após cinco anos de experimentos, os autores completaram o ensaio intitulado “Teoria do Prospecto: Uma análise de decisão sob risco”, esta foi modelada pelo Teoria da utilidade, porém, diferia da mesma em alguns aspectos. Os autores indicam contrapontos com relação a esta teoria, afirmam que a mesma é simples demais e carece de uma parte móvel, a variável que está faltando é o ponto de referência, o estado anterior relativo ao qual ganhos e perdas são avaliados. Eles inferem que as atitudes em relação ao risco não seriam diferentes se o patrimônio líquido do indivíduo fosse mais alto ou mais baixo em alguns milhares de dólares (não considerando aqueles terrivelmente pobres), então as atitudes com ganhos e perdas não são derivadas da avaliação de sua riqueza. O motivo para o indivíduo gostar da ideia de ganhar cem dólares e não gostar da ideia de perder cem dólares não quer dizer que essas quantias mudam a sua riqueza, simplesmente mostra que ele gosta de ganhar e não gosta de perder — e quase certamente não gosta de perder mais do que gosta de ganhar.

A Teoria do Prospecto ou da Perspectiva, criada por Kahneman e Tversky (1979), segundo os autores, é mais complexa que é teoria da Utilidade, ambos esclarecem três características cognitivas no coração da teoria, estas desempenham um papel essencial na avaliação dos

resultados financeiros e são comuns a diversos processos automáticos de percepção, juízo e emoção. A primeira característica está na questão da avaliação, esta é relativa a um ponto de referência neutro, ao qual às vezes nos referimos como “nível de adaptação”, para resultados financeiros, o ponto de referência usual é o status quo (manter as coisas como elas estão), mas também pode ser o resultado que o indivíduo espera, ou talvez o resultado ao qual se sente no direito, resultados que são melhores do que os pontos de referência são ganhos, abaixo do ponto de referência eles são perdas. A segunda característica trata do princípio de sensibilidade decrescente, este se aplica tanto a dimensões sensoriais como à avaliação de mudanças de riqueza, por exemplo a diferença subjetiva entre novecentos dólares e mil dólares é muito menor do que a diferença entre cem dólares e duzentos dólares. Por fim, a última característica ou terceiro princípio é aversão à perda, quando diretamente comparadas ou ponderadas em relação umas às outras, as perdas assomam como maiores do que os ganhos, essa assimetria entre o poder das expectativas ou experiências positivas e negativas tem um histórico evolucionário, organismos que tratam ameaças como mais urgentes do que as oportunidades têm uma melhor chance de sobreviver e se reproduzir.

Kahneman (2011) aborda a aversão à perda afirmando que muitas das opções que os indivíduos enfrentam na vida são “mistas”: há um risco de perda e uma oportunidade para ganho, deve-se decidir se aceita ou rejeita a aposta.

A conclusão dele, após estudos e observações, é de que “as perdas assomam como maiores do que os ganhos”, ou seja, os indivíduos são avessos à perda.

2.1.4 Assimetria

A medida de assimetria complementa as medidas de posição e de dispersão no sentido de proporcionar uma descrição e compreensão mais completa das distribuições de frequências. Estas distribuições não diferem apenas quanto ao valor médio e à variabilidade, mas também quanto a sua forma (LOPES, 2003).

Denomina-se assimetria o grau de afastamento de uma distribuição da unidade de simetria (CORREIA, 2003).

Segundo Ahlert, Conto e Sindelar (2014), as medidas de assimetria são expressas em coeficientes os quais permitem analisar a forma da distribuição de frequência dos dados calculados com base nas relações entre as medidas de moda, média, mediana e demais separatrizes e o desvio-padrão. A assimetria informa o tipo de distribuição, quando ela for nula denomina-se a distribuição como simétrica, ou seja, quando a média, a moda e a

mediana se coincidem e os quartis ficam equidistantes da média; quando a assimétrica for positiva, a distribuição apresentará uma cauda à direita indicando que o valor da média é maior que os respectivos valores da mediana e da moda; no caso da assimétrica ser negativa, existirá uma cauda à esquerda representando o fato do valor da média ser menor que os respectivos valores da mediana e da moda.

Figura 2 - Figura 6.1 Curva Simétrica do Livro Teoria e Prática em Estatística

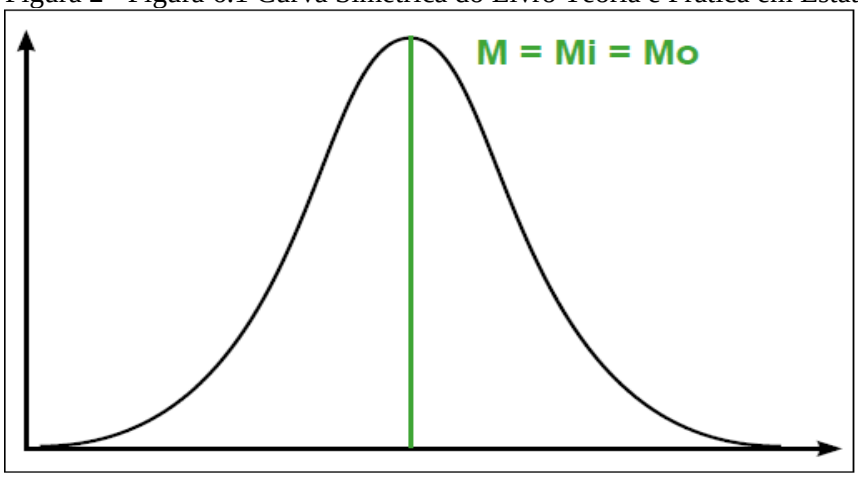


Figura 3 - Figura 6.2 Curva Assimétrica à esquerda do Livro Teoria e Prática em Estatística

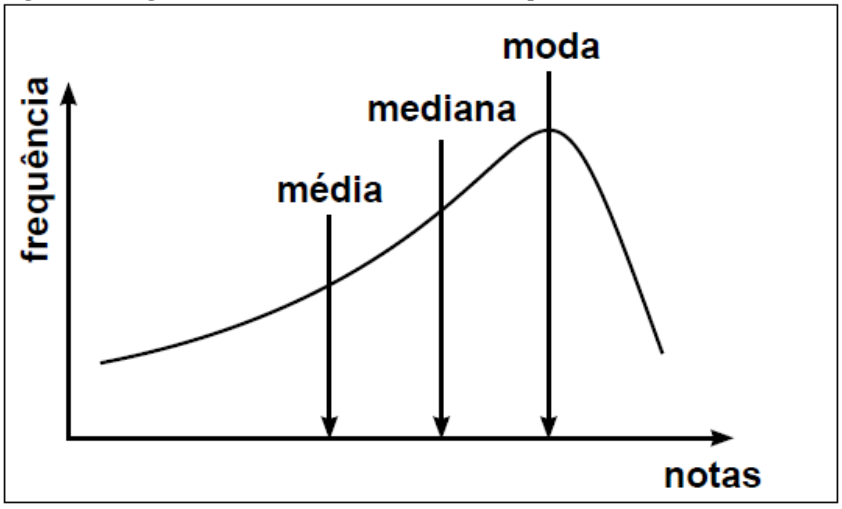
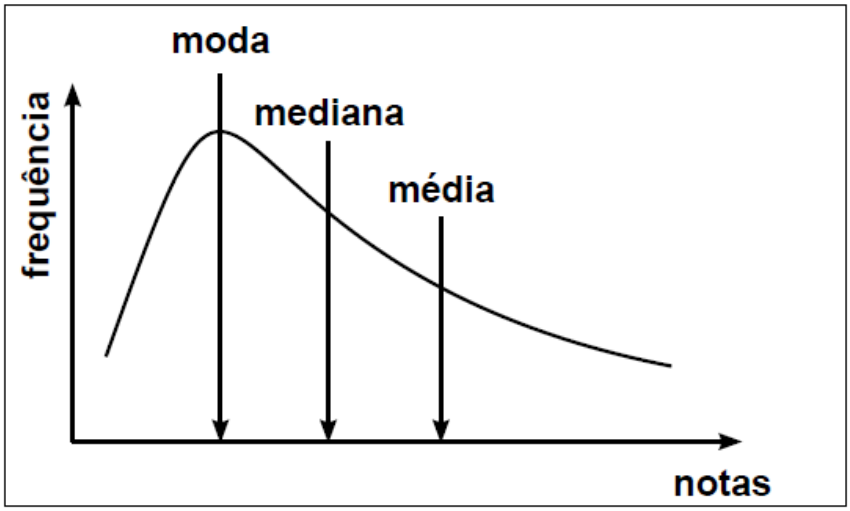


Figura 4 - Figura 6.3 Curva Assimétrica à direita do Livro Teoria e Prática em Estatística



Para avaliar a assimetria das distribuições os autores estabeleceram coeficientes de assimetria, estes, de acordo com Ahlert, Conto e Sindelar (2014), é possível comparar duas ou mais distribuições diferentes e avaliar qual delas é mais assimétrica, sabe-se que quanto maior for o coeficiente mais assimétrica é a curva. Existem quatro formas para calcular o coeficiente de Assimetria: coeficiente de Pearson "A", coeficiente de Pearson "B", coeficiente de Bowley e coeficiente de Kelley. Dispondo da média e do desvio-padrão, pode-se calcular o Coeficiente de Assimetria de duas maneiras:

1. Coeficiente de Pearson "A"

Este coeficiente mede o afastamento da simetria expressando a diferença entre a média e a mediana em relação ao desvio-padrão. Para o cálculo desse coeficiente, usa-se a seguinte fórmula:

$A_{Med} = \frac{3\,(\bar{X} - Med)}{s}$ onde:

$A_{Med} = Coeficiente\ de\ Assimetria\ de\ Pearson\ “A”$

$Med = Mediana$

$\bar{X} = Média\ aritmética\ da\ amostra$

$s = Desvio - padrão\ da\ amostra$

O próximo passo é analisar o resultado encontrado, considerando a seguinte convenção:

$A_{Med} = 0;\ a\ distribuição$ é $simétrica.$

$A_{Med} > 0;\ a\ distribuição$ é assimétrica positiva.

$A_{Med} < 0;\ a\ distribuição$ é assimétrica negativa.

2. Coeficiente de Pearson "B"

Neste caso mede-se o afastamento da simetria expressando a diferença entre a média e a moda em relação ao desvio-padrão do grupo de medidas. Utiliza-se a seguinte fórmula:

$A_{Mod} = \frac{3\,(\bar{X} - Mod)}{s}$ onde:

$A_{Mod} = Coeficiente\ de\ Assimetria\ de\ Pearson\ “B”$

$Mod = Moda$

$\bar{X} = Média\ aritmética\ da\ amostra$

$s = Desvio - padrão\ da\ amostra$

Sendo:

$A_{Mod} = 0;\ a\ distribuição$ é $simétrica.$

$A_{Mod} > 0;\ a\ distribuição$ é assimétrica positiva.

$A_{Mod} < 0;\ a\ distribuição$ é assimétrica negativa.

No caso de não dispor da média e do desvio-padrão, porém com os dados dos quartis, utiliza-se a seguinte forma:

3. Coeficiente de Assimetria de Bowley ou Coeficiente Quartílico de Assimetria

Este coeficiente mede o afastamento da simetria relacionando o 1° Quartil e o 3° Quartil com o 2° Quartil (ou a mediana) do grupo de medidas. Neste caso utiliza-se a fórmula:

$A_{Q=\frac{Q_3+Q_1-2\,Med}{Q_3-Q_1}}$ onde:

$A_Q = Coeficiente\ de\ Assimetria\ de\ Bowley$

$Med = Mediana$

$Q_3 = Valor\ do\ terceiro\ quartil$

$Q_1 = Valor\ do\ primeiro\ quartil$

Quando a distribuição for simétrica, então Q_1 e Q_3 serão equidistantes de Q_2 ou da mediana, o que vale dizer que a soma de Q_1 e Q_3 é igual a 2 vezes Q_2 (ou mediana). Dessa forma, quando a distribuição for simétrica, a relação se anula, ou seja, o resultado é igual a zero. Já quando a distribuição for assimétrica, então Q_1 e Q_3 não são equidistantes de Q_2, o que resultará em um valor diferente de zero na expressão. Se a distância de Q_3 em relação a Q_2 for maior que a distância de Q_1 em relação a Q_2, ter-se-á um resultado positivo na expressão, o que indica uma assimetria à direita, e, se for o inverso, haverá uma assimetria à esquerda.

Na distribuição simétrica tem-se a seguinte equação:

$$Q_2 = \frac{Q_1 + Q_3}{2}$$

Já na assimétrica tem-se:

$$Q_2 \neq \frac{Q_1 + Q_3}{2}$$

Assim,

$A_Q = 0;\ a\ distribuição$ é $simétrica.$

$A_Q > 0;\ a\ distribuição$ é assimétrica positiva.

$A_Q < 0;\ a\ distribuição$ é assimétrica negativa.

4. Coeficiente de Assimetria de Kelley ou Coeficiente de Assimetria dos Centis

Esta forma é uma variante da Assimetria de Bowley, substituindo os Quartis por Centis, relacionando o 90° Centil e o 10° Centil com o 50° Centil (ou mediana) do grupo de medidas. Para obter o resultado desse coeficiente usa-se a seguinte fórmula:

$$A_C = \frac{C_{90} + C_{10} - 2Med}{C_{90} - C_{10}}$$

Onde:

$A_C = Coeficiente\ de\ Assimetria\ de\ Kelley$

$Med = Mediana$

$C_{90} = Valor\ do\ nonagésimo\ centil$

$C_{10} = Valor\ do\ décimo\ centil$

Então, se:

$A_C = 0;\ a\ distribuição$ é $simétrica.$

$A_C > 0;\ a\ distribuição$ é assimétrica positiva.

$A_C < 0;\ a\ distribuição$ é assimétrica negativa.

Como os pontos de análise da curva não são os mesmos para as quatro fórmulas apresentadas, os resultados entre si, dependendo do grau de não uniformidade da distribuição, podem variar. Assim, fórmulas de Pearson, "A" e "B", que se baseiam nas medidas centrais da distribuição, são mais seguras e devem ser usadas prioritariamente. O Coeficiente de Kelly, que leva em conta dados mais extremos da curva, décimo e nonagésimo centis, é o mais vulnerável em termos de sensibilidade da curva (AHLERT; CONTO; SINDELAR, 2014, p. 100-106).

2.2 REVISÃO DA LITERATURA EMPÍRICA ACERCA DO CAPM

Black, Jensen e Scholes (1972) apresentaram alguns testes adicionais para o CAPM a fim de evitar alguns dos problemas de estudos anteriores e fornecer ideias adicionais. O primeiro ponto explicitado foi relacionado à relevância da distribuição normal, ignorando assim a

questão da não normalidade. Os autores afirmam que o CAPM tradicional é simples, mas ineficiente, utiliza as informações em apenas um título enquanto os dados estão disponíveis em um grande número de títulos, diante disto, o objetivo é projetar um teste que permita agregar os dados sobre um grande número de títulos de uma maneira eficiente. Se as estimativas de α forem independentes com resíduos normalmente distribuídos, é viável prosseguir ao longo das linhas traçadas por Jensen (1968) e comparar as distribuições dos valores de "t" para as interceptações com a distribuição teórica de frequência. Uma opção para resolver este problema que faz concessão apropriada para os efeitos da não independência dos resíduos no erro padrão de estimativa do coeficiente médio, α, é executar os testes de dados agrupados, ou seja, a formação de carteiras (ou grupos) de títulos individuais e estimativa $R_{jt} = \alpha_j + \beta_j R_{Mt} + e_{jt}$ que definem R_{Kt} como o retorno médio sobre todos os títulos em carteira Kth para o tempo t.

Black, Jensen e Scholes (1972) desejavam obter o máximo de dispersão possível dos coeficientes de risco para o grupo de títulos escolhidos, afirmam que se fossem construir carteiras classificando os valores de β_k, introduziriam um viés de seleção para o procedimento, já que esses valores que entram no portfólio ou com beta elevado tenderiam a ter erros de medição positivas do β_j, assim, seria introduzido um viés positivo em β_k, o coeficiente de risco estimado da carteira. Este viés positivo em β_k apresentará uma tendência negativa na estimativa do intercepto, α_k; o oposto ocorreria para o menor beta da carteira, β_k teria uma tendência negativa, e, portanto, a estimativa da intercepção para esta carteira de baixo risco teria tendência positiva. Assim, caso o modelo tradicional fosse verdade, este viés de seleção tenderia a fazer com que as carteiras de baixo risco exibissem interceptos positivos e carteiras de alto risco interceptos negativos. Para evitar esse viés, pode-se usar uma variável instrumental que está altamente correlacionada com β_j, mas que pode ser observada independente dele. A variável instrumental escolhida é simplesmente uma estimativa independente da segurança obtida a partir de dados do passado. Assim, quando estimado o parâmetro do grupo de risco em dados de amostra não utilizados nos procedimentos de classificação, os erros mensurados das estimativas serão independentes do erro dos coeficientes usados.

Black, Jensen e Scholes (1972) testaram coeficientes de regressões transversais por um período mensal de 35 anos. A fim de obter melhores estimativas dos coeficientes de risco para cada um dos subperíodos, foram utilizados os coeficientes estimados, os gráficos analisados demonstraram que a relação entre risco e retorno é linear, mas que a inclinação

está relacionada de forma não estacionária a inclinação para cada período teórico, já o CAPM tradicional implica que a relação teórica sempre passa através dos dois pontos de dados por a origem (0, 0).

A forma tradicional do modelo de precificação de ativos afirma que o excesso de retorno esperado de um título é igual ao seu nível de risco sistemático vezes o excesso de retorno esperado da carteira de mercado. Uma hipótese alternativa decorre da flexibilização de um dos pressupostos da forma tradicional do modelo no que se refere ao risco de contração de empréstimos, na suposição de que existem oportunidades ativas e passivas disponíveis, ambas livres de risco, as quais conduzem à formulação do modelo de dois fatores.

No equilíbrio, o retorno esperado será dado por $E(R_j) = E(r_z) + [E(r_m) - E(r_z)]\beta_j$, onde $E(r_z)$ é o retorno esperado de uma carteira que tem uma covariância zero ($\beta_z = 0$) com o retorno da carteira de mercado r_m, neste contexto, o retorno em 30 dias de Bilhetes do Tesouro (que temos utilizado como um *proxy* para uma taxa "sem risco") representa o retorno de um determinado ativo no sistema. Pode-se então, a partir disto, reescrever o excesso de retorno com $E(R_j) = \gamma_0 + \gamma_1\beta_j$ onde $\gamma_0 = E(R_z)\ e\ \gamma_1 = E(R_M) - E(R_Z)$. O modelo tradicional implica $\gamma_0 = 1\ e\ \gamma_1 = E(R_M)$, outros modelos implicam $\gamma_0 \neq 1\ e\ \gamma_1 \neq E(R_M)$.

Estes modelos envolvem considerações explícitas dos problemas de medição R_M, envolvendo a existência de ativos não transacionáveis e a existência de impostos diferenciados para os ganhos de capital e dividendos, contudo, a ênfase principal tem sido de testar a forma tradicional do modelo de precificação de ativos, ou seja, $\gamma_0 \neq 0$. Para ganhar eficiência foram agrupados títulos em 10 carteiras de tal forma que as carteiras tivessem uma grande expansão no seu β, era sabido que o agrupamento de títulos com base na estimativa de β não daria estimativas imparciais sobre o "Beta", uma vez que a seleção de carteiras usada contém erro de medição. Para eliminar este viés foi usada uma variável instrumental, β estimado do período anterior, para selecionar uma carteira de títulos agrupados para o próximo ano. Utilizando estes procedimentos, dez carteiras foram construídas cujo β estimado era uma estimativa imparcial de "Beta", verificou-se que a maior parte da variabilidade da amostragem de β estimado para títulos individuais foi eliminada pela utilização do grupo de carteiras.

Os autores concluíram que as regressões de séries temporais da carteira com excesso de retorno sobre a carteira de mercado indicaram que os títulos de alto β tinham intercepto significativamente negativo e títulos de baixo β tinha intercepto significativamente positivo,

contrariamente às previsões da forma tradicional do modelo. Há também evidência de que este efeito considerável se tornou mais forte ao longo do tempo, sendo mais forte no período 1947-1965. A transversal da média dos excessos de retornos sobre as carteiras contra a estimativa de β que é indicado pela relação entre a média do excesso de retorno e β é linear, contudo, o intercepto da inclinação da correlação transversal variava em subperíodos diferentes e não era consistente com a forma tradicional do modelo. A partir da evidência, tanto da série de tempo quanto da correlação transversal, constatou-se a rejeição da hipótese de que γ_0 era igual a zero, portanto, concluiu-se que a forma tradicional do modelo não é consistente com os dados.

As evidências obtidas das séries temporais de retornos sobre o fator β indicaram que o fator tem uma média não nula e que a média era não-estacionária ao longo do tempo. Os autores estabeleceram a presença e a importância do fator β explicando retornos de segurança, mas não forneceu qualquer teste direto que visa explicar a existência do fator β, no entanto sugeriram uma lógica econômica para o equilíbrio do mercado de capitais por que é consistente com a conclusão deste segundo fator.

Merton (1973) introduz seu trabalho sobre “Um CAPM Intertemporal” (ICAPM) afirmando que o modelo de equilíbrio média-variância de Sharpe-Lintner-Mossin, comumente chamado CAPM, foi uma das mais importantes evoluções da teoria moderna do mercado de capitais, contudo, embora o modelo tem sido a base para diversos trabalhos acadêmicos com um impacto significativo sobre a comunidade financeira, o mesmo está sujeito à crítica teórica e empírica. O CAPM está sujeito a todas as objeções teóricas por causa do critério de média-variância, por pressupostos adicionais necessários, expectativas homogêneas e pela natureza única de vigência do modelo. Os autores desenvolveram um modelo de equilíbrio do mercado de capitais que (i) tem a simplicidade e tratabilidade empírica do modelo de precificação de ativos de capital; (ii) é consistente com a maximização da utilidade esperada e à responsabilidade limitada dos ativos; e (iii) fornece uma especificação da relação entre os rendimentos que é mais consistente com a evidência empírica. O modelo não pode ser construído sem custos, as premissas, principalmente expectativas homogêneas, que detém em comum com o modelo clássico, fazem o novo modelo estar sujeito a algumas das mesmas críticas do original.

Merton (1973) se aprofunda em entender maneiras viáveis para analisar e discutir as hipóteses-padrão de um mercado perfeito, o foco principal é analisar o comportamento dos investidores para derivar as demandas por bens e as exigências de rendimento relativos em equilíbrio. Com relação aos custos nulos para transações e ao fato de ativos poderem ser

trocados em qualquer escala, neste sentido, os investidores prefeririam ser capazes de rever suas carteiras, a qualquer momento, contudo, na realidade, os custos de transação e indivisibilidades existem. No entanto, este método de evitar o problema dos custos de transação não é satisfatório uma vez que uma solução adequada seria quase certamente mostrar que os intervalos comerciais são estocásticos e de comprimento não constante. Além disso, a carteira de demandas e as relações de equilíbrio resultantes será uma função do intervalo de negociação específica escolhida.

A questão essencial é a estrutura do mercado e não os gostos dos investidores. O objetivo do autor é desenvolver a dinâmica dos retornos sobre ativos negociados no mercado desde movimentos de equilíbrio para o equilíbrio ao longo do tempo até o envolvimento do preço e de ajuste da quantidade, uma análise completa exige uma descrição tanto da taxa de retorno quanto da mudança na dinâmica do valor do ativo. Diante desta finalidade, Merton assume três premissas adicionais ao modelo padrão: o jogo do vetor de processos estocásticos que descrevem o conjunto de oportunidades e as suas mudanças é um processo Markov[1] de tempo homogêneo; apenas alterações locais nas variáveis de estado do processo são permitidas; para cada ativo no conjunto de oportunidades em cada ponto no tempo t, a taxa esperada de retorno é definida por $\alpha = E_t[(P(t+h) - P(t))/P(t)]/h$ e a variância do retorno por unidade de tempo é definida por:

$$\sigma^2 = E_t[([P(t+h) - P(t)]/P(t) - \alpha h)^2]/h$$

A primeira premissa não é muito restritiva, uma vez que não é necessário que os processos estocásticos que descrevem retornos sejam Markov por si, mas apenas que pela "expansão do Estado" técnica para incluir outras variáveis que descrevam as mudanças nas probabilidades de transição. Esse uso generalizado do pressuposto de Markov para o retorno é importante, porque se pode esperar que os retornos necessários dependessem de outras variáveis além do preço por ação (por exemplo, os fornecimentos relativos dos ativos).

[1]Teorema fundamental para análise de modelos lineares que garante que os estimadores de quadrados mínimos dos parâmetros do modelo são, sob as condições de Gauss-Markov.

A segunda premissa adicional é o análogo de tempo discreto com a suposição de tempo contínuo de continuidade nas variáveis de estado (isto é, se $X(t+H)$ é a variável de estado aleatório, então $\lim_{h\to 0}[X(t+h)-X(t)]=0$), ou seja, ele diz que em intervalos de tempo pequenos, alterações de preços (retornos) e alterações no conjunto de oportunidade são pequenas. A última premissa citada assegura que, para pequenos intervalos de tempo, a incerteza nem elimina (ou seja, $\sigma^2=0$) nem domina a análise ($\sigma^2=\infty$). Esta última, na verdade, decorre das outras duas anteriores. Embora estas equações sejam suficientes para estudar as probabilidades de transição, é útil para escrever a dinâmica de retorno explícito em forma de equação diferença estocástica e, em seguida, tomando limites, em forma de equação diferencial estocástica. A partir da análise anterior, pode-se escrever a dinâmica de retorno como:

$$\frac{P(t+h)-P(t)}{P(t)}=\alpha h+\sigma y(t)\sqrt{h}$$

Onde, por construção, $E_t(y)=0\ e\ E_t(y^2)=1$, e $y(t)$ é um processo puramente aleatório; isto é, $y(t)$ e $y(t+s)$ para $s>0$, são distribuídos de forma idêntica e são mutuamente independentes.

Merton (1973) explicita dois teoremas a fim de complementar o modelo CAPM, o primeiro, afirma ser uma continuidade da versão do teorema da separação de Markowitz-Tobin e as participações do fundo de risco correspondem à combinação ótima de ativos de risco, levando em consideração que a carteira de mercado é eficiente em equilíbrio, o equilíbrio do retorno irá satisfazer $\alpha_i-r=\beta_i(\alpha_M-r)$, onde $\beta_i\equiv\sigma_{iM}/\sigma_M^2$, σ_{iM} é a covariância do retorno sobre o ativo com o retorno da carteira de mercado, e α_M é o retorno esperado da carteira de mercado.

Neste sentido, a suposição adicional de um conjunto de oportunidades de investimento constante é uma condição suficiente para que os investidores se comportam como se fossem maximizadores em um período único e para a relação de equilíbrio de retorno especificado pelo modelo obtido de precificação de ativos de capital. O segundo teorema é um teorema da descentralização, que afirma que, se os investidores acreditam que as estimativas da distribuição dos retornos dos gestores de carteira profissional são, ao menos, tão boas quanto qualquer investidor pode formar, então a decisão de investimento pode ser separada em duas partes com o estabelecimento de três intermediários financeiros (fundos de investimento) para manter todos os ativos individuais e para a emissão de ações compradas por investidores individuais.

Ratificando o que fora citado acima, embora o modelo não tenha sido formalmente testado, pode-se auferir uma análise preliminar usando os resultados de Black, Jensen e Scholes, estes descobriram que portfólios foram construídos para ter covariância zero com o mercado (ou seja, $\beta = 0$) e ter retornos médios que excedam significativamente a taxa livre de risco, o que sugere que há um outro fator, além do mercado, que, sistematicamente, afeta os retornos dos títulos. Eles chamam este segundo fator de "fator beta" porque uma covariância de um título individual é uma função beta do título, portanto, um elevado beta ($\beta > 1$) de uma ação tem correlação negativa e um baixo beta ($\beta < 1$) tem correlação positiva.

Roll (1977) transcreveu em seu trabalho críticas aos testes da teoria de precificação de ativos, embora não haja presunção sobre a amostra observada de retorno sobre ativos e nenhuma menção sobre o equilíbrio, a aversão ao risco, antecipações homogêneas, ou qualquer outra premissa, foram criados dois pressupostos: A amostra da matriz de covariância produto-momento não é singular; pelo menos um ativo teve uma amostra diferente de retorno médio dos outros, ou seja, não houve validação do teste CAPM por meio dos trabalhos empíricos existentes referentes ao modelo original. As hipóteses foram consideradas muito fracas, a primeira governa ativos cujos rendimentos estavam constantes durante cada período na amostra e que exclui qualquer par de combinações lineares de ativos que foram perfeitamente correlacionados durante o período de amostragem e a segunda exige apenas alguma variação na amostra a variável crítica de interesse.

Diante disto, as seguintes afirmações são verdadeiras: existe um portfólio único, z, que teve uma correlação zero com m durante o período de amostragem e que se encontra no segmento negativamente inclinado da amostra da fronteira eficiente, isto implica que a amostra retorno de m foi maior do que o de z, $r_m > r_z$; para qualquer ativo ou carteira arbitrária j, a média da amostra de retorno é igual a uma média ponderada de r_z e r_m , onde o peso de m é exatamente o coeficiente de inclinação da regressão linear simples de j em m, ou seja, $r_j \equiv (1 - \beta_j)r_z + \beta_j r_m$, para todo j, onde $\beta_j \equiv \frac{covariância\ da\ amostra\ de\ j\ e\ m}{covariância\ da\ amostra\ de\ m}$.

Após testar as hipóteses do modelo padrão, Roll (1977) concluiu que a teoria Sharpe-Lintner e a hipótese de que a carteira usada como o *proxy* "mercado" era a verdadeira carteira de mercado foi realmente testada e foi rejeitada, ou seja, a teoria Sharpe-Lintner é falsa; ou o portfólio usado por Black, Jensen e Scholes não era o portfólio de mercado verdadeiro; ou ambos. Roll completa afirmando a não possibilidade de testar o CAPM devido às restrições referentes a suas premissas, principalmente com relação a necessidade de reunir todos os ativos do mercado. Em sua revisão de alguns testes da teoria de precificação de ativos, Roll

destaca que existem hipóteses testáveis no estudo de Fama-MacBeth (1973). As hipóteses realmente são que os investidores consideram como ideais carteiras de investimento particulares que são de média-variância eficiente e o portfólio de mercado eficiente, levando em consideração que o portfólio de mercado "é definido como uma combinação ponderada pelo valor de todos os ativos" (BLACK apud FAMA ; MACBETH, 1973, p. 611). Black (1972) afirma que uma vez que todos os investidores têm crenças idênticas e mantêm portfólios eficientes, cada investidor detém uma combinação linear de dois portfólios eficientes arbitrários; uma vez que a carteira de mercado é a construção de uma combinação linear das carteiras dos investidores individuais, também é uma combinação linear de duas carteiras eficientes e, portanto, também eficiente.

Roll concluiu que a única hipótese viável de teoria de precificação de ativos é a de que a verdadeira carteira de mercado é eficiente, notou-se que, em uma determinada amostra, sempre há carteiras que não rejeitam esta hipótese e que pouca informação externa é acessível em composição exata do verdadeiro mercado da carteira.

Rosenberg (1996) reforça a ideia de Roll (1977) ao afirmar que as premissas do CAPM são restritas quanto a condições de teste em trabalhos empíricos, o autor enumera estas premissas flexibilizadas a fim de viabilizar a utilização do modelo:

a) Há diferenças quanto a retornos livres de impostos porque diferentes classes de investidores enfrentam leis fiscais diferentes, diante disto, as carteiras tornam-se diferentes;

b) Os investidores têm expectativas diferentes, obtidas através de pesquisas e influenciadas pela postura de outros investidores no mercado, ou seja, as expectativas são diversas e a necessidade de pesquisas leva a competição e gera custos de informação e investigação os quais precisam ser abatidos do retomo total;

c) Um grupo de ativos, como, por exemplo, ações, é frequentemente tratado como "o mercado", quando na verdade, é apenas "um mercado" entre os ativos de risco, isto ocorre quando se analisam as ações separadamente dos títulos, ou quando se analisa individualmente países em uma carteira internacional;

d) Existem restrições ao investimento, os custos de tomar emprestado ou ficar em uma posição vendida são tipicamente maiores que o retomo de emprestar ou ficar em posição comprada. A avaliação de uma garantia responde de forma diferente, e menos sensível, a mudanças nas expectativas dos investidores com restrições;

e) Existem custos de transação decorrentes de comissões bem como custos de transação frequentes e substanciais ou benefícios associados a efeitos fiscais e de contabilidade de valor contábil. Os custos de transação também influenciam os retornos de equilíbrio, porque

o investidor deve levar em consideração o custo esperado de operação, há também os custos de investimento associados à custódia de valores mobiliários e sobre os retornos;

f) Não existe ativo verdadeiramente livre de risco, visto que uma inflação inesperada pode provocar uma perda no retomo real de um título, a menos que existam títulos indexados à inflação;

g) Os investidores têm objetivos diferentes e o modelo não consegue capturar o problema das decisões em múltiplos períodos;

h) Quando a teoria pede para calcular o portfólio de todos os bens em circulação, há problemas na especificação desta carteira, uma vez que estes problemas são fundamentais para a ambiguidade da "carteira de mercado", é importante analisá-los com cuidado. A dificuldade é identificar a propriedade cruzada (uma corporação que possui ações de outra). A alternativa mais viável é separar ativos em grandes classes homogêneas ou "mercados" e usar um índice de dívida ativa para aproximá-los de títulos mais proeminentes em cada mercado como um substituto para o mercado total.

Mellone (1999) traz a contribuição de Stambaugh (1982) contrapondo Roll e Rosenberg, afirmando então que o CAPM é viável para teste a partir de uma análise de sensibilidade do modelo em relação a vários índices de mercado. Stambaugh (apud MELLONE, 1999, p. 36-42) constrói índices de mercados alternativos utilizando taxas de retorno como Índice de ações da NYSE, Títulos privados (Corporate Bonds), Títulos públicos de longo prazo (Government Bonds), Títulos públicos de curto prazo (Treasury Bills), Imóveis residenciais (Residential Real State), Utensílios domésticos (Housefurnishings) e Automóveis (Automobiles), a partir destes conclui que os resultados são parecidos com o CAPM. Foram considerados 28 índices de retomo calculados (19 portfólios derivações de indústrias, 4 portfólios com ações preferenciais e 5 portfólios compostos por títulos de renda fixa), os testes foram realizados modificando-se o índice de mercado r_M comum a todas as equações e foram construídos quatro índices de mercado, levando-se em consideração a participação de cada ativo no mercado.

Os resultados mostraram que os testes não foram sensíveis às alterações da composição do índice de mercado, produzindo resultados quase idênticos para vários índices de mercados diferentes. Houve rejeição quanto à taxa livre de risco estimada não ser igual a real, porém, os testes contrariam a segunda crítica de Roll, que afirma que o CAPM é um modelo não testável devido a impossibilidade de se reunir todos os ativos existentes, não é provável que os resultados empíricos do CAPM sejam sensíveis à composição do portfólio de mercado.

Freitas e Kopittike (2001) trazem a reflexão acerca do desenvolvimento do CAPM com a utilização de coeficiente de correlação linear (Betas) proveniente da dificuldade de calcular as covariâncias entre os retornos dos ativos de determinada carteiras, sendo assim, houve a substituição das covariâncias pelos betas a fim de medir o risco não diversificável, também denominado risco sistemático. Eles testam o modelo apenas para uma ação, Copene PNA, com dados de 18 meses, concluem ainda que o CAPM ainda é um instrumento útil no processo de tomada de decisão, possibilitando a avaliação da relação existente entre risco e retorno dos investimentos.

Salles (2001) utilizou em seus testes empíricos o modelo clássico de CAPM e o modelo dinâmico Bayesiano metodologia de West (1981) com dados das cotações mensais de janeiro de 1986 até dezembro de 1998, cinco amostras foram formatadas a fim de estudar o volume financeiro negociado na bolsa; as medidas para descrever a distribuição dos retornos de cada uma das ações (média, volatilidade, desvio padrão, assimetria, curtose, teste Jarque-Bera); as regressões entre o retorno médio de cada ação e o retorno da carteira de mercado a fim de calcular o coeficiente beta; e as regressões entre os retornos médios e os coeficientes beta estimados para cada ação.

O autor explica que no modelo Bayesiano as estimativas são obtidas de forma sequencial para qualquer instante de tempo, permitindo assim a inclusão da incerteza na variância dos parâmetros. Ele traz a distribuição t de Student como forma de tentar tornar o modelo Bayesiano mais robusto, mantendo as vantagens das estimativas sequenciais e o tratamento estocástico dos parâmetros da regressão. Como descrito por West (apud SALLES, 2001, p. 4), a média e variância do modelo dinâmico Bayesiano são dadas, respectivamente por:

$(A)\ m_t = a_t + C_t F_t'\ g(y_t - f_t)$

$(B)\ C_t^{-1} = R_t^{-1} + F_t\ G(y_t - f_t) F_t'$

Sendo as funções $g(.)$, $G(.)$, e a estimativa da precisão S_t, para a distribuição t de Student, obtidas através da metodologia descrita em West (1981).

Os resultados obtidos entre os testes clássicos do CAPM (método dos mínimos quadrados ordinários) e o modelo dinâmico Bayesiano, no que se refere à qualidade do ajuste, não representaram melhoras significativas com o aumento do volume financeiro negociado no período, outro ponto importante é que não se pode afirmar que o ajuste das informações melhora com o aumento da eficiência. No caso dos ajustes para obtenção do prêmio de risco obtidos através da utilização do modelo dinâmico Bayesiano com a utilização do teste t para o prêmio de risco estimado, observou-se que não há certeza quanto a rejeição da hipótese de existência de regressão, ou seja, a média dos retornos das ações pode ser explicada pela

média dos coeficientes betas estimados. Os resultados não permitem a aceitação da hipótese de que o aumento de eficiência informacional do mercado de ações brasileiro pode melhorar a estimação do prêmio de risco praticado no mercado e que a relação entre o retorno médio das ações e a média dos coeficientes beta não pode ser aceita sem restrições em nosso mercado, isto é, segundo Salles, não se pode concluir, com os testes realizados no seu trabalho, que o retorno de mercado, medido através do IBovespa, possa permitir a estimação do risco de mercado ou sistemático.

O autor constatou que, embora o método clássico tenha suas limitações, inclusive influenciando as decisões a respeito dos paradigmas da moderna teoria de finanças, a eficiência informacional de mercado além de prejudicar a análise do prêmio de risco praticado no mercado brasileiro, contudo um fato permanece: o risco sistemático é uma estatística importante para mensuração do risco da carteira.

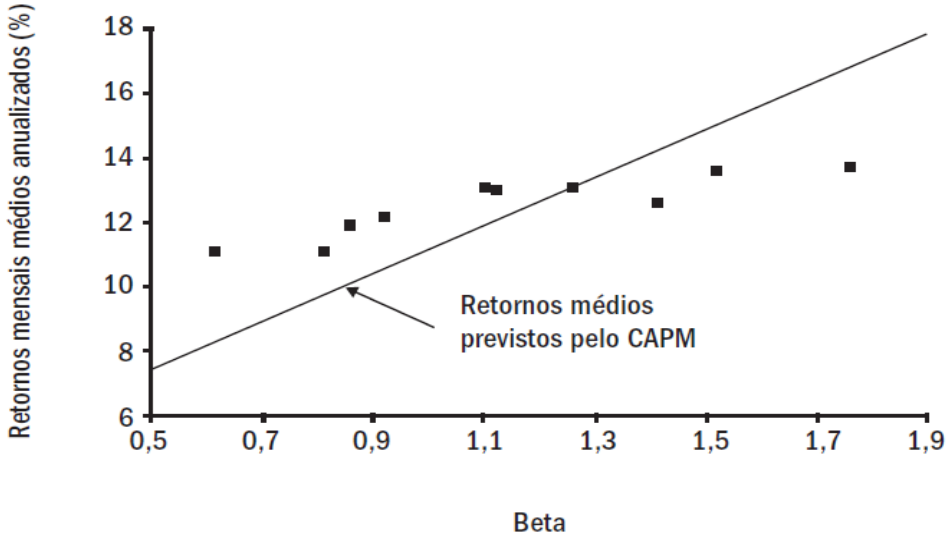
Fama e French (2004) afirmam que, embora o CAPM ainda seja muito utilizado para medir a relação entre o risco e o retorno esperado, o histórico empírico do mesmo é fraco o bastante para inviabilizar a maneira como é empregado. Segundo os autores os problemas empíricos podem refletir falhas teóricas resultantes de um grande número de premissas simplificadoras, mas também podem ser causados por dificuldades na implementação de testes válidos para o modelo. A eficiência da carteira de mercado trazida pelo modelo se baseia em muitas premissas que não são reais, principalmente em se tratando da concordância plena e tomada e concessão irrestrita de empréstimos à taxa livre de risco ou venda *short*[2] irrestrita de ativos de risco.

Fama e French (2004) explicitam dois problemas que ficaram evidentes nos testes empíricos do modelo CAPM de Sharpe-Lintner, a imprecisão das estimativas dos betas de ativos individuais e a questão dos resíduos das regressões terem fontes comuns de variação. Os autores afirmam que as estimativas do beta em carteiras são mais precisas do que em ativos individuais. Ratificam que os primeiros testes rejeitam a versão clássica do modelo, assumem a relação positiva entre beta e o retorno médio, porém, há comportamento excessivamente horizontal nesta. O teste empírico destes autores utilizou como base as ações da NYSE [Bolsa de Valores de Nova York] (1928-2003), da AMEX (1963-2003) e da NASDAQ (1972-2003) presente na base de dados do Centro de Pesquisa de Preços de Títulos da Universidade de Chicago (CRSP), a estimativa dos betas era feita em dezembro de cada ano, utilizou-se de dois a cinco anos dependendo da disponibilidade dos

[2] Venda Short é também conhecida como venda a descoberto, trata-se da venda de um ativo que o investidor não possui em sua carteira.

rendimentos. Dez carteiras ponderadas foram formadas com base nos betas e seus retornos foram calculados para os próximos doze meses, o processo foi repetido para cada ano de 1928 a 2003 gerando 912 retornos mensais classificados por beta em dez carteiras, conforme figura a seguir que demonstra o retorno médio de cada carteira estimado pela regressão dos rendimentos mensais.

Figura 5 - Figura 2 Retornos Mensais Médios Anualizados e Beta de Carteiras Ponderadas pelo Valor Formadas com Base no Beta Anterior (1928-2003)



Fonte: Fama e French (2004).

Constatou-se que a relação entre beta e o retorno é muito menos inclinada que a prevista por Sharpe e Lintner, os retornos das carteiras de baixo beta são elevados demais e os das de beta elevado são baixos demais.

Fama e French (2004) também explicitam testes de diversos pesquisadores que verificaram se os betas de mercado explicam os retornos esperados principalmente através da regressão longitudinal. Sharpe-Lintner e Black preveem que a carteira de mercado é eficiente em média-variância, ou seja, as diferenças de retorno esperado entre títulos e carteiras são explicadas por diferenças de beta de mercado, não considerando outras variáveis para explicação do retorno. Fama e Macbeth (1973) acrescentaram duas variáveis às regressões longitudinais, os quadrados dos betas de mercado a fim de testar se a relação entre retorno esperado e beta é linear e as variâncias residuais de regressões dos retornos em relação ao retorno do mercado objetivando testar se o beta de mercado é a única medida de risco necessária para explicar os retornos esperados, contudo os resultados confirmam a hipótese de que a carteira de mercado está na fronteira de variância mínima. Gibbons, Ross e Sbanken (1989) forneceram um teste-F dos interceptos que tem propriedades precisas para

amostra de pequeno porte, este cria uma combinação ótima do *proxy*[3] de mercado com os ativos do lado esquerdo das regressões de série temporal e testam se ela é superior à obtida com a combinação do ativo livre de risco.

Fama e French (2004) observam que a conclusão dos primeiros testes de regressão longitudinal por Fama e MacBeth (1973) e dos primeiros testes de regressão de série temporal por Gibbons (1982) e Stambaugh (1982) culminam para os proxies de mercado estarem na fronteira de variância mínima, nesta mesma linha, consideram que a versão Black do CAPM na qual os betas de mercado bastam para explicar retornos esperados e de que o prêmio pelo risco do beta é positivo parece se sustentar. Contudo, a previsão do CAPM Sharpe-Lintner de que o prêmio por unidade de beta é o retorno esperado do mercado menos a taxa de juros livre de risco é consistentemente rejeitada. Os autores acreditam, mesmo diante destas considerações, que o CAPM nunca foi efetivamente testado, principalmente pelo fato do conjunto de ativos do lado esquerdo não incluir todos os ativos negociáveis.

Fama e French (2004) evidenciam nos seus estudos anteriores (1993, 1996) as falhas empíricas do modelo CAPM utilizando tanto a abordagem por regressão longitudinal quanto por regressão de série temporal, através de ambas eles afirmam que o porte e os índices preço-lucro, dívida-patrimônio líquido e escritural-mercado devem ser somados à explicação dos retornos esperados das ações fornecida pelo beta de mercado. Além disto, afirmam também que índices de preço diferentes trazem as mesmas informações sobre retornos esperados.

Os autores refletem sobre o modelo intertemporal de precificação de ativos de capital (ICAPM) de Merton (1973) que, diferente do CAPM no qual os investidores só se preocupam com a riqueza que sua carteira produz ao final do período, os investidores se importam também com as oportunidades para consumir e/ou investir essa riqueza. Ambos direcionam para uma expectativa de retorno elevado e uma baixa variância do retorno, porém, os investidores do ICAPM estão preocupados com as covariâncias do retorno da carteira em relação a variáveis de estado utilizando carteiras “multifatoriais eficientes”, ou seja, que têm as maiores expectativas de retornos possíveis.

Para eles o ICAPM generaliza a lógica do CAPM, a eficiência multifatorial implica uma relação entre retorno esperado e riscos do beta, contudo exigem betas adicionais, o ideal seria especificar as variáveis de estado que afetam os retornos esperados. Os autores

[3]Trata-se de uma referência para estimar determinada variável, no caso do *proxy* de mercado, este geralmente está direcionado para uma carteira estimada próxima da realidade de uma carteira de mercado.

argumentam que os maiores retornos médios de ações de pequeno porte refletem variáveis de estado desconhecidas que produzem riscos não-diversificáveis. Com base nisto os autores propuseram um modelo trifatorial (1993) para explicar o retorno das ações através do excesso de retorno em relação ao mercado (fator mercado); da diferença entre os retornos de carteiras de ações de empresas pequenas e grandes (fator tamanho = SMB, denotado por *small minus big*); e da diferença entre os retornos de carteiras de ações de empresas de alta capitalização e baixa capitalização (fator relação valor contábil/valor de mercado = HML, denotado por *high minus low*).

O modelo três fatores ou trifatorial busca investigar o poder de explicação dos retornos de alguns fatores associados a características das empresas como tamanho, relação valor contábil/valor de mercado, alavancagem e relação lucro/preço da ação, através deste os autores constataram que estas variáveis conseguiam capturar parcela relevante do retorno das carteiras não explicada pelo beta do CAPM. A seguir a equação a qual representa o modelo para expectativa de retornos:

Modelo trifatorial: $E(R_{it}) - R_{ft} = \beta_{iM}\left[E(R_{Mt}) - R_{ft}\right] + \beta_{is}E(SMB_t) + \beta_{ih}E(HML_t)$

Onde:

SMB_1 (*small minus big* = pequeno menos grande) é a diferença entre os retornos de carteiras diversificadas de ações de empresas pequenas e grandes;

HML_1 (*high minus low* = alto menos baixo) é a diferença entre os retornos de carteiras diversificadas de ações de índice escritural-mercado alto e baixo;

Os betas são inclinações da regressão múltipla de $R_{it} - R_{ft}$ em relação a $R_{Mt} - R_{ft}$, SMB_t e HML_t.

Este modelo implica na equação seguinte:

$R_{it} - R_{ft} = \alpha_1 + \beta_{iM}\left(R_{Mi} - R_{ft}\right) + \beta_{is}SMB_t + \beta_{ih}HML_t + \varepsilon_{it}$

Onde o intercepto α_i da regressão de série temporal é zero para todos os ativos i.

Diante disto os autores concluem que este modelo captura grande parte da variação do retorno médio de carteiras formadas com base em porte, além dos índices envolvidos os quais causam problemas para o CAPM.

O modelo trifatorial atualmente é utilizado em diversas pesquisas empíricas que exigem um modelo de expectativa de retornos.

Do ponto de vista teórico, o principal defeito do modelo trifatorial está em sua motivação empírica já que os retornos explicativos SMB e HML não são motivados por previsões a respeito de variáveis de estado de interesse dos investidores, são construtos brutos que têm

por objetivo captar a maneira como o retorno médio das ações varia com o porte e com o índice escritural-mercado (FAMA ; FRENCH, 2004).

Fama e French (2004) explicitam uma reflexão sobre a *proxy* de mercado, afirmando que um problema relevante do CAPM é que os testes utilizam as mesmas proxies de mercado, as contradições do modelo observadas revelam estimativas ruins das expectativas de retornos, ou seja, se uma *proxy* de mercado não funciona nos testes do CAPM, também não irá funcionar na aplicação.

Fama e French (2004) propõem ensinar o CAPM como uma introdução aos conceitos fundamentais da teoria das carteiras e da precificação de ativos, desenvolvida posteriormente com a inclusão de outras variáveis, como é o caso do ICAPM (Merton, 1973). Outro ponto relevante para eles é a convicção do fato dos problemas empíricos do CAPM invalidarem seu uso em aplicações práticas.

3 MÉTODOS ECONOMÉTRICOS

3.1 TESTE EMPÍRICO DO MODELO CAPM

A equação de equilíbrio que se obtém no modelo CAPM tem sua contrapartida econométrica dada por:

$$r_i - r_f = \alpha_0 + \beta_1(r_M - r_f) + \varepsilon_i \qquad (7)$$

Através da mesma, relaciona-se o excesso de rentabilidade que apresenta um determinado ativo com o excesso de rentabilidade que apresenta a carteira de mercado, incluindo o parâmetro α que atendesse ao CAPM, e considerando que a média amostral reflita o valor esperado pelo mercado, ou seja, considerando expectativas racionais, seu valor teria que ser zero. Isso se deve ao fato de que o excesso de rendimento de um ativo pode ser inteiramente explicado pelo excesso de rendimento da carteira de mercado e pela sensibilidade que esta apresente.

O resultado desse parâmetro é conhecido como alfa de Jensen, este mede a diferença entre a rentabilidade prevista pelo CAPM e a rentabilidade média do ativo. Considerando que o CAPM se ajusta ao mercado brasileiro, tal parâmetro será desprezado e será analisada a seguinte regressão por MQO:

$$r_j - r_f = \beta_j(r_{IBrX50} - r_f) + \varepsilon_j \qquad (8)$$

$$\forall_j = 1,2, \dots 50 \qquad (9)$$

$$\forall_t = 1,2, \dots 541 \qquad (10)$$

Em resposta ao fato de que em outros estudos com regressões onde se incluíam séries financeiras se observava a existência de heterocedasticidade condicional auto-regressiva (“ARCH”), que reflita um efeito dos resíduos passados nos resíduos do período seguinte, Engle (1982) desenvolveu um teste sobre a hipótese nula de que não existe ARCH maior que a ordem dos resíduos.

A existência de efeitos ARCH não elimina a validade dos parâmetros estimados por MQO, porém certos testes podem conduzir a conclusões errôneas. Por conseguinte, e uma vez que existem outros métodos de estimativa mais eficientes, foi realizada a mesma regressão, mas ao invés de utilizar o MQO foi utilizado um modelo GARCH (1,1), considerando, portanto,

a influência da volatilidade média e do período anterior nas predições dos agentes da seguinte forma:

$$\sigma_{jt}^2 = \omega_j + \theta_{j1}\sigma_{j(t-1)^2} + \theta_{j2^{\varepsilon}j(t-1)^2} \quad (11)$$

$$\varepsilon_t \sim iid\ t(0, \sigma^2) \quad (12)$$

A consideração de um ajuste parte da distribuição t de Student a qual responde a presença de caudas pesadas para as distribuições da rentabilidade com os graus de liberdade já estimados. Essa consideração só tem relevância para a análise de situações extremas, posto que é o único caso onde o número de observações possui valor relativamente pequeno.

3.2 TESTES DE ASSIMETRIAS

Uma das considerações do CAPM é o fato de supor que a sensibilidade de um determinado ativo é fixa, ou seja, não depende do sinal dos movimentos do mercado. Não obstante, deve-se levar em conta que os indivíduos são avessos ao risco e, portanto, uma diminuição de sua riqueza diminui sua utilidade mais em termos absolutos do que um incremento de igual quantia da mesma, além disto como sabe-se que os indivíduos dispõem de mais informação com o passar do tempo, então é razoável considerar que se o mercado se move em queda e muitos investidores não considerarão possíveis investimentos, enquanto que se o mercado opera em alta, muitos investidores que antes estavam fora do mercado podem considerar atrativo e entrar investindo. Com o objetivo de analisar se existem diferenças significativas entre a sensibilidade que apresenta o preço dos ativos frente à carteira de mercado diante de altas ou baixas do mercado se propõe o seguinte modelo de regressão:

$$r_{jt} - r_{ft} = \beta_{1j}(r_{mt} - r_{ft})1_{\{IBrX50(c)\geq\theta\}} + \beta_{2j}(r_{mt} - r_{ft})1_{\{IBrX50(c)<\theta\}} + \varepsilon_{tj} \quad (13)$$

$$\theta = 0 \quad (14)$$

De forma que o termo β_{1j} nos indica a sensibilidade do ativo frente à carteira de mercado se o mercado se movem em alta. Por outro lado, β_{2j} nos indica a sensibilidade do ativo frente a carteira de mercado quando o mercado se move em queda.

Com o objetivo de **se** comprovar se a diferença de sensibilidade do ativo diante de altas e baixas do mercado é estatisticamente significativa será utilizado o teste de Wald para se verificar as hipóteses:

$$H_0: \beta_{1j} = \beta_{2j} \quad (15)$$

$$H_1: \beta_{1j} \neq \beta_{2j} \quad (16)$$

3.3 TESTES DE VALORES EXTREMOS

Além de considerar mudanças diante de altas e baixas do mercado, outra questão que se coloca é saber como as situações extremas afetam as condições subjetivas dos indivíduos modificando o processo de formação de preços. Para poder comprovar se as decisões de investimentos dos indivíduos provocam uma variação na sensibilidade dos ativos será considerada a regressão (13) especificando:

$$\theta = F^{-1}_{IBrX50^{(\alpha)}} = \inf\{IBrX50 | F_{IBrX50}(IBrX50) \geq \alpha\} \quad (17)$$

$$0 < \alpha < 1 \quad (18)$$

$$\alpha = 0{,}1 \quad (19)$$

Onde F é a função de distribuição do IBrX50.

Com os resultados obtidos, e com o objetivo de analisar se existe evidência estatística de uma mudança da sensibilidade dos ativos diante de situações extremas do mercado, realizou-se o teste de Wald proposto em (15) e (16).

3.4 LIMITAÇÕES DOS TESTES EMPÍRICOS DO CAPM

Entre as críticas apresentadas na literatura foram encontradas certas limitações acerca dos testes empíricos do CAPM, a grande maioria delas foca em analisar problemas decorrentes de sua abordagem teórica e que são baseadas nos seguintes aspectos.

1. Inconsistência temporal.

O modelo assume apenas dois períodos, de modo que para se aumentar seu poder de teste deve-se definir o horizonte de investimento que os investidores adotam, visto que a sensibilidade de um determinado ativo frente a carteira de mercado pode não ser estável ao

longo do tempo. Para poder realizar o teste empírico com as séries temporais disponíveis deve-se supor que o prêmio de risco e os betas dos ativos apresentados são .

2. Constância no tempo da relação.

O modelo explica valores esperados, e para poder testá-lo há necessidade de realizar uma análise ex post, pois, caso contrário, teria que quantificar as expectativas. Para evitar esse problema, deve-se presumir que o rendimento médio real é igual a rentabilidade esperada, o que leva a aceitar a existência de expectativas racionais. Assim, as rentabilidades passadas são conciliadas com as rentabilidades esperadas

3. Rendimentos não normais.

Para que o modelo média-variância possa ser aplicado é necessário assumir que a distribuição de probabilidades é normal, de modo que a utilidade do investidor será definida exclusivamente pela expectativa e pela volatilidade da rentabilidade. No entanto, dentre as características das séries de rendimentos dos ativos financeiros observa-se a inexistência de normalidade na sua distribuição, já que apresentam, dentre outras considerações, assimetria, caldas pesadas (longas) ou clusters (aglomerados) de volatilidade, o que pode vir a apresentar problemas de heterocedasticidade, além da volatilidade não traduzir o risco assumido de forma ideal.

4. Crítica de Roll.

Para poder testar o CAPM é preciso relacionar a rentabilidade de diferentes ativos com carteira de mercado. No entanto, a carteira de mercado não é observável, uma vez que deveria incluir absolutamente todos os ativos presentes na economia e ser eficiente em espaço e média-variância. Portanto, Roll (1977) conclui que testar o CAPM implica assumir que o índice ou carteira de mercado tomada como referência é realmente eficiente, o que leva ao teste de duas hipóteses conjuntas.

5. Desconhecimento da eficiência de informação.

Uma das variáveis que afetam a formação de preço é a disponibilidade de informação. Se o mercado fosse eficiente os preços não permitiriam que os investidores obtivessem ganhos extraordinários, ao menos de forma sistemática. No entanto, certos estudos, embora realizados há algum tempo (FAMA, 1970) mostram que os mercados, se não apresentam uma eficiência forte, apresentam forma “semi-forte”, diante disto ao se testar um modelo de precificação, também ocorreria um teste da eficiência da informação. Embora seja evidente que pode haver ausência de eficiência forte ao demonstrar exemplos como efeito janeiro, efeito fim de semana (BACHILLER, 1992), efeito de abertura e fechamento, etc, pode-se

considerar que em geral isso se deve a questões mais isoladas que não distorcem muito a análise.

6. Existência de covariância entre a rentabilidade de dois ativos.

O modelo assume que o impacto sobre do rendimento de um ativo sobre o rendimento de outro ativo se mede única e exclusivamente através da sensibilidade que apresente este último frente ao conjunto da carteira de mercado. No entanto, parece razoável supor que a rentabilidade que oferece uma dada empresa tem uma maior correlação com os setores que ela está diretamente relacionada. Assim, por exemplo, pode-se pensar que uma diminuição nas expectativas da indústria naval teria consequências diretas na indústria de metal, de forma mais efetiva do que ocorre na relação com conjunto do mercado. Assim, o modelo estaria incompleto por não considerar fatores explicativos, o que pode gerar problemas de auto-correlação.

7. Desconsideração com a liquidez.

Na precificação através do CAPM o efeito que tem a liquidez sobre as decisões do investidor não está sendo considerado. Apenas supõe-se que ele exige retorno pelo risco sistêmico. No entanto, nem todos os ativos apresentam a mesma liquidez, e, portanto, apresentam diferente spreads, aumentando assim os custos de transação dos ativos de menor liquidez. Novamente observa-se que o mercado não é perfeito, mas pode-se considerar que tais custos de transação não afetam em grande medida a decisão dos investidores já que a evolução dos mercados fez com que esses custos fossem reduzidos bastante nos últimos anos (maior disponibilidade de informação, maior conhecimento dos investidores, maior transparência dos mercados, maior facilidade de entrada, etc) e além disso para a análise serão utilizados valores presentes do IBOVESPA que contam com bastante liquidez e possuem spreads baixos.

3.5 METODOLOGIA DA ANÁLISE E DADOS UTILIZADOS

Para realizar o estudo proposto, utilizou-se o principal índice da Bolsa de Valores, Mercadorias e Futuros de São Paulo (BM&FBOVESPA), o IBrX50.

Segundo as informações institucionais da BM&FBOVESPA, o IBrX50 é um índice que mede o retorno total de uma carteira teórica composta por 50 ações selecionadas entre as mais negociadas na BM&FBOVESPA em termos de liquidez, ponderadas na carteira pelo valor de mercado das ações disponíveis à negociação. Ele foi desenhado para ser um

referencial para os investidores e administradores de carteira, e também para possibilitar o lançamento de derivativos (futuros, opções sobre futuro e opções sobre índice).

A análise abrange o período entre 03.01.2005 e 14.05.2015, restringindo a amostra para as ações que possuíam acima de 2500 dados, restando então 29 ações. A partir disto os dados foram organizados semanalmente com base no último dia útil de negociação, totalizando 541 semanas.

As informações utilizadas na formulação do CAPM englobam a taxa SELIC como *risk free* (R_f) e o IBrX50 como o mercado (R_m), além das 29 ações selecionadas para a amostra.

Inicialmente foram calculados os retornos com base nas variações semanais ($t-1$) do índice e das 29 ações. O segundo passo foi aplicar a função logarítmica às variações encontradas a fim de retornar o logaritmo natural de todas as semanas. O próximo passo foi retirar o excesso de retorno de cada retorno semanal de todas as ações, subtraindo a SELIC do mercado e de cada ativo ($R_i - R_f$ & $R_m - R_f$). Esta primeira parte retrata a dinâmica da equação do CAPM original, o objetivo então é o cálculo dos β das ações, representando o risco sistêmico do mesmo, através de uma análise de regressão com o Método dos Quadrados Ordinários (MQO). O objetivo da regressão é estimar um valor esperado de determinada variável com base nos valores de outras variáveis. O foco principal deste trabalho é a análise não linear a qual considera que não há linearidade com relação a resposta das variáveis mediante alguns parâmetros, ou seja, o modelo de regressão representa uma função não linear. Neste sentido o modelo original CAPM tido como regressão linear foi ajustado utilizando-se a abordagem do MQO para observar se o comportamento dos ativos permaneceria igual diante das variáveis aplicadas demonstrando comportamento simétrico ou desigual, neste caso assimétrico, este último explicará a não linearidade aplicada ao modelo.

Foram utilizados como ferramentas para análise o Excel e dois softwares livres, o R para o primeiro momento restringido ao cálculo do β_1 e das variáveis estatísticas descritivas baseadas na rentabilidade do IBrX50 e dos valores que o compõem; e o Gretl para o segundo momento da análise de resultados em que duas variáveis serão agregadas para testar a assimetria e explicar a não linearidade do CAPM.

Tabela 1 – Estatística descritiva da rentabilidade do IBrX50 e dos valores que compõem o mesmo

Ativo	Média	Volatilidade	Assimetria	Kurtosis	Jarque-Bera
IBX50	0,0025	0,0416	- 0,1678	3,3157	9,5491E-54
ABEV3	0,0043	0,0353	0,0865	1,5196	8,3278E-12
BBAS3	0,0022	0,0198	- 0,0824	1,9550	5,1435E-19
BBDC3	0,0037	0,0202	0,4623	3,9369	6,1229E-79
BBDC4	0,0035	0,0181	0,1097	2,2628	2,5436E-25
BRAP4	0,0007	0,0185	- 0,2210	1,1695	3,9933E-08
BRFS3	0,0041	0,0276	0,2936	1,6113	1,0423E-14
BRKM5	- 0,0008	0,0239	0,0604	1,9653	3,8101E-19
CCRO3	0,0032	0,0298	- 0,0303	2,4740	6,8634E-30
CMIG4	0,0018	0,0306	- 0,7511	3,0885	3,2511E-57
CRUZ3	0,0029	0,0325	0,2805	1,0445	2,1781E-07
CSNA3	0,0006	0,0178	- 0,0181	1,2952	1,1799E-08
EMBR3	0,0014	0,0303	- 0,1551	3,6463	1,0926E-64
GGBR4	0,0006	0,0180	- 0,2820	1,7474	9,2714E-17
ITSA4	0,0032	0,0183	0,2506	5,7953	1,04E-162
ITUB4	0,0027	0,0172	0,1436	3,8039	3,0134E-70
LAME4	0,0041	0,0228	0,0399	7,0501	7,855E-239
NATU3	0,0019	0,0316	0,1579	0,6462	0,0037729
OIBR4	- 0,0051	0,0214	- 0,2256	2,4600	1,565E-30
PCAR4	0,0025	0,0283	0,2098	2,9353	1,1412E-42
PETR3	0,0008	0,0169	- 0,1221	1,4678	3,2692E-11
PETR4	0,0009	0,0173	- 0,3381	1,7544	1,4846E-17
SBSP3	0,0026	0,0261	- 0,2015	1,7368	7,9654E-16
SUZB5	0,0013	0,0265	0,0282	1,7650	1,5999E-15
TIMP3	0,0023	0,0242	0,0356	4,9812	1,93E-119
UGPA3	0,0040	0,0333	- 0,0500	8,7156	0
USIM5	- 0,0007	0,0197	- 0,0372	0,9921	2,2361E-05
VALE3	0,0008	0,0198	0,1880	1,4863	7,1853E-12
VALE5	0,0008	0,0205	0,0180	1,2577	3,3694E-08
VIVT4	0,0005	0,0380	0,3295	2,2033	6,2446E-26

A Tabela 1 demonstra as variáveis básicas da estatística descritiva em que se pode observar os valores de assimetria, estes serão explicados através dos resultados obtidos.

Tabela 2 – Resultados da regressão geral

Ativo	β	Z-stat	R^2	DW^2	Schwarz	$Obs*R^{23}$
ABEV3	0,0644	18.233	0,3803	2,1636	- 2.207,0560	0,3842
BBAS3	0,4922	24.850	0,5331	2,3897	- 1.889,9930	0,5372
BBDC3	0,6699	33	0,6708	2,2040	- 2.282,8150	0,6756
BBDC4	0,6849	37.770	0,7253	2,1864	- 2.370,7720	0,7328
BRAP4	0,5793	31.294	0,6443	2,1320	- 2.089,1040	0,6389
BRFS3	0,4238	15.352	0,3029	2,3393	- 1.802,0730	0,3022
BRKM5	0,3535	14.809	0,2879	2,0891	- 1.624,6010	0,2895
CCRO3	0,4867	16.330	0,3297	2,3605	- 1.932,2360	0,3296
CMIG4	0,4552	14.863	0,2894	2,1039	- 1.895,0670	0,2905
CRUZ3	0,4530	13.930	0,2633	2,0159	- 1.918,7380	0,2638
CSNA3	0,4498	25	0,5405	1,9574	- 1.776,0720	0,5358
EMBR3	0,4176	13.788	0,2594	1,9880	- 1.834,4300	0,2564
GGBR4	0,5214	28.899	0,6070	2,2161	- 1.967,6220	0,6098
ITSA4	0,6512	35.598	0,7010	2,1976	- 2.290,4750	0,7102
ITUB4	0,6458	38	0,7228	2,2153	- 2.309,9500	0,7307
LAME4	0,4994	21.903	0,4699	2,1639	- 1.903,2970	0,4776
NATU3	0,4123	13	0,2383	2,3147	- 1.861,7480	0,2441
OIBR4	0,2665	12.448	0,2218	2,1817	- 1.411,5330	0,2225
PCAR4	0,5619	19.847	0,4212	2,0824	- 2.039,3250	0,4238
PETR3	0,5814	34.387	0,6883	1,9583	- 2.156,2610	0,6952
PETR4	0,6117	35	0,6991	2,1266	- 2.225,6000	0,7100
SBSP3	0,5406	20.675	0,4413	2,1248	- 1.980,7780	0,4419
SUZB5	0,4182	15.807	0,3155	2,1532	- 1.777,6710	0,3168
TIMP3	0,3360	13.898	0,2625	2,0181	- 1.602,3850	0,2650
UGPA3	0,4945	14.832	0,2885	2,4240	- 1.987,2720	0,2962
USIM5	0,3982	20.239	0,4308	1,9608	- 1.655,9240	0,4291
VALE3	0,6075	30.682	0,6352	2,1998	- 2.135,8560	0,6298
VALE5	0,6489	32	0,6495	2,1823	- 2.222,8730	0,6468
VIVT4	0,4464	12	0,2025	2,2147	- 2.010,9040	0,2105

A tabela 2 demonstra os valores do β_1 da equação básica (7) do CAPM com base nas variáveis destacadas anteriormente, considerando o α_0 a constante ou o intercepto da função Y $(R_i - R_f)$.

Com base nestas tabelas poderão ser observadas nos resultados a seguir as diferenças dos Betas quando agregadas as variáveis para o teste de assimetria.

4 RESULTADOS OBTIDOS

Conforme já explicitado anteriormente, foram analisadas 29 ações as quase compõem o IBrX50, dentre estas a análise abrange 8 das 10 ações consideradas *Blue Chip*[4].

Diante da análise de regressão descrita na metodologia em que foram explicitados os valores dos Betas para cada ativo levando em consideração a rentabilidade dos mesmos nas 541 semanas analisadas com base no período entre 03.01.2005 e 14.05.2015, a segunda parte do trabalho visa agregar duas variáveis a fim de capturar o comportamento das ações nos dois lados das caudas, considerando o intervalo de confiança de 90%, ou seja, levando em consideração os intervalos abaixo de 10% (X_2) e acima de 90% (X_3). Este critério justifica-se pelo fato da amostra estar restrita a dados semanais e, dentro deste contexto, ao fato da captura apenas do último dia útil de cada semana, desconsiderando o comportamento dos outros dias.

A proposta de análise iniciou com o cálculo dos percentis para os dois intervalos acima explicitados com base nos retornos subtraídos da taxa livre de risco (SELIC) de todas as semanas para cada ativo ($r_i - r_f$), a seguir cada semana foi analisada com base nos percentis a fim de classificar se estas estão nos intervalos indicados levando em consideração os valores calculados (Percentis para X_2 e X_3).

Após obter a classificação dos dados, parte-se para a análise de regressão no Gretl através do MQO, utilizando-se os retornos semanais do mercado subtraídos da taxa livre de risco ($r_M - r_f$), combinados com as duas variáveis agregadas a análise (X_2 e X_3) e a variável independente representada pelo retorno de cada ativo subtraído da taxa livre de risco ($r_i - r_f$). A partir deste procedimento os coeficientes Beta bem como seus p-valores são gerados e estão descritos na Tabela 3.

Os p-valores estão representados por asteriscos com base no seu grau de relevância levando em consideração o critério padrão $< 0{,}05$ para ser considerado significativo, ou seja, para rejeitar a hipótese nula. Relembrando as hipóteses deste trabalho:

$$H_0: \beta_{1j} = \beta_{2j} \tag{15}$$

$$H_1: \beta_{1j} \neq \beta_{2j} \tag{16}$$

[4] As principais ações da BM&FBOVESPA, ou seja, as maiores em volume de negociação.

Sendo a hipótese nula representada pelo fato dos Betas serem iguais, trazendo para a realidade desta análise, trata-se de $\beta_2 = \beta_3$, ou seja, os Betas das variáveis X_2 e X_3 serem iguais constatando que o comportamento de determinado ativo é igual nos dois lados da cauda, há simetria nesta relação. Por outro lado, caso o p-valor seja $< 0{,}05$ constata-se a hipótese 1, nesta $\beta_2 \neq \beta_3$ confirmando a assimetria no comportamento de determinado ativo em cada lado da cauda.

Além desta expectativa com relação ao p-valor, destaca-se o fato de que, para comprovar o grau de assimetria, é ideal que os intervalos de confiança não se toquem, ou seja, um não sobreponha o outro.

Tabela 3 – Comparativo entre coeficientes β e representação dos seus p-valores

ATIVO	β_1		β_2		β_3	
ABEV3	0,4943	***	-0,0110	*	0,0116	**
BBAS3	1,0995	***	0,0032		-0,0009	
BBDC3	0,9979	***	0,0062		0,0089	
BBDC4	1,0335	***	0,0024		0,0103	**
BRAP4	1,1956	***	0,0036		-0,0165	**
BRFS3	0,6199	***	-0,0091		0,0136	
BRKM5	0,8034	***	0,0097		0,0144	
CCRO3	0,6341	***	-0,0048		0,0053	
CMIG4	0,6666	***	-0,0006		-0,0070	
CRUZ3	0,3936	***	-0,0240	***	0,0205	***
CSNA3	1,3920	***	0,0214	**	-0,0236	***
EMBR3	0,5929	***	0,0025		0,0096	
GGBR4	1,2713	***	0,0056		-0,0188	***
ITSA4	1,1393	***	0,0094	*	-0,0029	
ITUB4	1,1527	***	0,0065		-0,0006	
LAME4	0,9327	***	0,0072		0,0115	
NATU3	0,4581	***	-0,0107		0,0194	**
OIBR4	0,8313	***	0,0048		0,0067	
PCAR4	0,6777	***	-0,0094		0,0073	
PETR3	1,2117	***	-0,0005		-0,0070	
PETR4	1,1476	***	-0,0052		-0,0047	
SBSP3	0,8577	***	-0,0034		-0,0123	*
SUZB5	0,7507	***	-0,0035		-0,0017	
TIMP3	0,7359	***	0,0018		0,0143	
UGPA3	0,5128	***	-0,0138	*	0,0051	
USIM5	1,2911	***	0,0249	**	-0,0236	**
VALE3	1,1045	***	0,0053		-0,0091	
VALE5	1,0594	***	0,0033		-0,0112	*
VIVT4	0,2937	***	-0,0211	***	0,0184	***

Observa-se que o grau de assimetria do mercado brasileiro, para esta amostra em questão dentro do período analisado, não é elevado, visto que apenas 9 das 29 ações analisadas possuem p-valor inferior a 0,05 o que satisfaz a rejeição de H_0, ou seja, apenas 31%. Dentre estas, apenas 4 (13,7% da amostra) possuem intervalos de confiança que não se tocam, estas podem ser consideradas com alto grau de assimetria, vale ressaltar que nenhuma delas é considerada *Blue Chip*. As outras 5 possuem apenas o p-valor correspondente ao β_3 inferior a 0,05 o que torna realidade o fato de seus intervalos de confiança se tocarem, existindo intersecção, pode-se considerar então que o grau de assimetria destas não é elevado, apenas 2 são *Blue Chips*.

O grau de assimetria através dos coeficientes β e das análises dos p-valores e intervalos de confiança foram confirmados através do Teste Wald também executado no Gretl. O Teste Wald foi utilizado para examinar as possíveis restrições dos coeficientes da regressão e mede a eficiência das estimativas dos β da regressão em satisfazer as restrições da hipótese nula permitindo constatar se os p-valores são relevantes para rejeitá-la através dos intervalos de confiança, demonstrando se estes se tocam ou não. A Tabela 4 irá explicitar os valores para os dois lados da cauda, contudo, embora os testes tenham sido baseados nos intervalos abaixo de 10% (X_2) e acima de 90% (X_3), o padrão do software é respectivamente 5% e 95%, porém, não há impacto para a proposta de análise em questão visto que os percentis foram calculados conforme critério explicado anteriormente então os intervalos estarão refletindo os mesmos.

Constatou-se que o grau de assimetria das ações que compõem o IBrX50 não é elevado, porém, este fato não invalida o modelo CAPM, demonstra que ao agregar outras variáveis significativas e evidenciar a não linearidade do mercado de capitais brasileiro justifica a utilização do mesmo para este tipo de análise.

Esta amostra foi considerada restritiva por não capturar o comportamento diário das ações, reduzindo a captura da volatilidade dos mesmos o que poderiam expandir os resultados para um grau superior de assimetria.

Tabela 4 – Teste Wald

ATIVO	95% β_2	IC β_2	95% β_3	IC β_3
ABEV3	-0,0229	0,0009	0,0001	0,0230
BBAS3	-0,0128	0,0192	-0,0163	0,0145
BBDC3	-0,0049	0,0173	-0,0017	0,0196
BBDC4	-0,0078	0,0126	0,0005	0,0201
BRAP4	-0,0096	0,0169	-0,0293	-0,0038
BRFS3	-0,0265	0,0082	-0,0031	0,0302
BRKM5	-0,0107	0,0300	-0,0052	0,0340
CCRO3	-0,0202	0,0106	-0,0095	0,0201
CMIG4	-0,0165	0,0153	-0,0223	0,0083
CRUZ3	-0,0394	-0,0085	0,0057	0,0353
CSNA3	0,0038	0,0390	-0,0405	-0,0066
EMBR3	-0,0144	0,0193	-0,0066	0,0257
GGBR4	-0,0092	0,0204	-0,0330	-0,0045
ITSA4	-0,0016	0,0205	-0,0135	0,0077
ITUB4	-0,0043	0,0173	-0,0111	0,0098
LAME4	-0,0085	0,0230	-0,0036	0,0266
NATU3	-0,0270	0,0057	0,0037	0,0351
OIBR4	-0,0200	0,0297	-0,0172	0,0307
PCAR4	-0,0233	0,0045	-0,0061	0,0207
PETR3	-0,0130	0,0120	-0,0190	0,0051
PETR4	-0,0169	0,0066	-0,0159	0,0066
SBSP3	-0,0181	0,0112	-0,0264	0,0018
SUZB5	-0,0213	0,0142	-0,0188	0,0154
TIMP3	-0,0190	0,0226	-0,0057	0,0344
UGPA3	-0,0284	0,0008	-0,0089	0,0192
USIM5	0,0052	0,0446	-0,0426	-0,0047
VALE3	-0,0074	0,0180	-0,0213	0,0032
VALE5	-0,0085	0,0150	-0,0224	0,0001
VIVT4	-0,0353	-0,0069	0,0048	0,0320

A Tabela 4 reforça a intersecção dos intervalos de confiança da maioria das ações (86,2%), levando em consideração que apenas 4 atingiram p-valores satisfatórios para a rejeição da hipótese nula cujos intervalos não se tocam.

5 CONCLUSÃO

Os resultados explicitados no capítulo anterior ratificam a relevância da pesquisa e atendem ao principal propósito deste trabalho que foi testar o uso do modelo CAPM para o mercado brasileiro tendo em vista a existência de não linearidade na precificação dos ativos cuja abrangência resume o objetivo desta pesquisa que foi estudar como o valor dos ativos responde às altas e baixas do mercado brasileiro e qual a reação frente a movimentos adversos do mesmo.

A análise de dados denotou viabilidade para responder à pergunta de partida deste estudo: a não linearidade aplicada ao CAPM torna-se mais eficiente para a precificação de ativos no contexto do mercado brasileiro de capitais? A resposta é sim, embora houve a constatação de que o grau de assimetria das ações que compõem o IBrX50 não é elevado, este fato não invalida o modelo CAPM, demonstra que ao agregar outras variáveis significativas e evidenciar a não linearidade do mercado em questão a utilização do mesmo se justifica para este tipo de análise. Além disto, este estudo demonstrou a importância da não linearidade para o mercado brasileiro. Vale ressaltar ainda o fato desta amostra ter sido considerada restritiva por não capturar o comportamento diário dos ativos, reduzindo assim a captura da volatilidade dos mesmos o que poderiam expandir os resultados para um grau superior de assimetria.

As constatações descritas implicam que a não linearidade é mais eficiente do que a linearidade aplicada ao modelo teórico CAPM para a precificação de ativos visto que esta leva em consideração a existência de comportamentos assimétricos dos ativos quando expostos a determinadas variáveis de mercado, justificando o objeto de estudo.

Importante explicitar a relevância da questão do comportamento do investidor já que o mercado de capitais é movido pela oferta e demanda de ativos, ou seja, qualquer variável que interfira na dinâmica do mercado reflete na opção de escolha do investidor, o que direciona a diversificação da carteira dos mesmos diante do risco ao qual se expõem. Os resultados demonstram então que há sensibilidade por parte dos investidores a mudanças no comportamento do mercado, como já afirmava Kanheman (2011) “as perdas assomam como maiores do que os ganhos”, ou seja, os indivíduos são avessos à perda e reagem de forma distinta diante destas.

Sabe-se que o CAPM recebe muitas críticas, porém, ele ainda é considerado o principal modelo para precificação de ativos, bastante utilizado na área de Finanças. Esta pesquisa fornece um viés para o aprimoramento do modelo a ser utilizado por gestores auxiliando na análise de risco com base no comportamento dos ativos.

Vale destacar que o trabalho contém limitações tanto do ponto de vista da amostra quanto com relação a literatura teórica e empírica descritas, principalmente por Fama e French (2004).

REFERÊNCIAS

AHLERT, L.; CONTO, S. M. ; SINDELAR, F. C. W. **Teoria e prática em estatística para cursos de graduação**. 1. ed. Rio Grande do Sul: Univates, 2014.

ANDREWS, D.W.K. Chi-Square diagnostic test for econometric models: Theory. **Econometrica**, New York, v. 56, n.6, p. 1419-1453. 1988a.

ANDREWS, D.W.K. Chi-Square diagnostic test for econometric models: Introduction and applications. **Journal of Econometrics,** USA, v. 37, p. 135-156. 1988b.

BLACK, F. ; JENSEN, M. C. ; SCHOLES, M. The capital asset pricing model: some empirical tests. Social Sciense Research. **Harvard Business School**, New York, 1972.

COPELAND, T. E. ;WESTON, J. F. Financial theory and corporate policy. **The American Finance Association**, Los Angeles, 1988.

CORREA, S. M. B. B. **Probabilidade e estatística**. 2. ed. Minas Gerais: Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais, 2003.

ELBANNAN, M. A. The capital asset pricing model: an overview of the theory. **International Journal of Economics and Finance,** Canada, v.7, n.1, 2014.

ELTON, J. E. et al. **Moderna teoria de carteiras e análise de investimentos**. 8. ed. Rio de Janeiro: Elsevier, 2012.

FAMA, E. F. ; FRENCH, K. R. The CAPM: theory and evidence. **Journal of Economic Perspectives**, Nashville, v.18, n.3, p. 25–46. 2004.

FAMA, E. ; MACBETH, J. Risk and return: some empirical tests. **Journal of Political Economy,** Chicago, v. 81, n. 3, p. 607-636, 1973.

FREITAS, S. C. ; KOPITTKE, B. H. Considerações acerca do Capital Asset Pricing Model (CAPM) e sua utilização nos dias atuais. In: ENCONTRO NACIONAL DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO, 2001, Rio de Janeiro. **Anais...** Rio de Janeiro, 2001.

FRENCH, C. W. The Treynor capital asset pricing model. **Journal of Investment Management**, California, v. 1, n. 2, p. 60-72, 2003.

GROSSMAN, S. J. ; STIGLITZ, J. E. Information and competitive prices systems. **The American Economic Review**, New York, v. 66, 1976.

JUNIOR MELLONE, G. **BETA:** problemas e evidência empírica. 1999. Dissertação (Mestrado)- Fundação Getúlio Vargas -FGV, São Paulo, 1999.

KAHNEMAN, D. **Rápido e DEvagar duas formas de pensar**. Tradução Leite, C. A. Rio de Janeiro: Objetiva, 2011.

KAHNEMAN, D. ; TVERSKY, A. Prospect theory: an analysis of decision under risk. **Econometrica,** New York, v. 47, n. 2, p. 263-291, 1979.

LINTNER, J. The valuation of risk assets and the selection of risky investments in stock portfolios and capital Budgets. **The Review of Economics and Statistics,** New York, v. 47, n. 1, p. 13-37, 1965a.

LINTNER, J. Security prices, risk and maximal gains from diversification. **The Journal of Finance,** New York, v. 20, n. 4, p. 587-615. 1965b.

LOPES, L. F. D. **Apostila estatística**. Rio Grande do Sul: [s.n.],2003.

MACHADO, M. E. R. ; RIBEIRO, R. P. Análise do comportamento dos investidores no Multinve$t. **Gestão da Produção, Operações e Sistemas,** Bauru, ano 8, n. 1, p. 117-118, 2013.

MARKOWITZ, H. M. Portfolio selection. **The Journal of Finance,** New York, v. 7, n. 1. p. 77-91, 1952.

MARKOWITZ, H. M. Foundations of potfolio theory. **Nobel Lecture**, New York, 1990.

MELO, C. L. L. ; SILVA, C. A. T. Finanças comportamentais: um estudo da influência da faixa etária, gênero e ocupação na aversão à perda. **Revista de Contabilidade e Organizações – FEA-RP/USP,** São Paulo, v. 4, n. 8, p. 4-23,. 2010.

MERTON, R. C. An intertemporal capital asset pricing model. **Econometrica,** New York, v. 41, n. 5, p. 867-887, 1973.

MOSSIN, J. Equilibrium in a capital asset market. **Econometrica,** New York, v. 34, n. 4, p. 768-783, 1966.

NORSTAD, J. An introduction to portfolio theory. **Northwestern University**. Chicago, 2011.

PEROLD, A. F. The capital asset pricing model. **Journal of Economic Perspectives,** Nashville, v. 18, n. 3, p. 3–24, 2004.

ROGERS, P. ; SECURATO, J. R. Estudo comparativo no mercado brasileiro do capital Asset Pricing Model (CAPM), Modelo 3-Fatores de Fama e French e Reward Beta Approach. **Revista de Administração Contemporânea (RAC-Eletrônica)**, Paraná, v. 3, n. 1, art. 9, p. 159-179, 2009.

ROLL, R. A Critique of the Asset Pricing Theory's Tests. **Journal of Financial Economics,** California, v. 4, p. 129-176, 1977.

ROSENBERG, B. The capital asset pricing model and the market model. **The Journal of Portfolio Management,** New York, v. 7, n. 2, p. 5-16, 1996.

ROSS, S A. The Arbitrage Theory of Capital Asset Pricing. **Journal of Economic Theory**. Pennsylvania, v.13, p. 341-360, 1976.

SALLES, A. A. CAPM: Testes empíricos para o mercado brasileiro de ações. In: ENCONTRO NACIONAL DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO, 2001, Rio de Janeiro. **Anais...** 2001.

SHARPE, W. F. A Theory of market equilibrium under conditions of risk. **The Journal of Finance**, New York, v. 19, n. 3 p. 425-442, 1964.

SHARPE, W. F. The Sharpe Ratio. **Journal of Portfolio Management,** New York, v. 21, n. 1, p. 49-58, 1994.

SOLOMON, A. A. **Teoria da carteira**. 1975. Dissertação (Mestrado)- Fundação Getúlio Vargas, São Paulo, 1975.

SULIVAN, E. J**.** A brief history of the capital asset pricing model. **Northeastern Association of Business, Economics and Technology**. California, 2006.

TOBIN, J. Liquidity preference as behavior towards risk. **Review of economic studies**. New York, v. 25, n.2, p. 65-86, 1958.

VERGARA, S. C. **Projetos e relatórios de pesquisa em administração**. 2. ed. São Paulo: Atlas, 1998.